

**ÜA 1:** Mit einem  $\chi^2$ -Unabhängigkeitstest soll beim Signifikanzniveau  $\alpha = 5\%$  untersucht werden, inwieweit in der Population von Gemüsepaprika ein Zusammenhang zwischen *Farbe* und *Form* glaubhaft ist oder nicht. An 100 Gemüsepaprika wurden dazu die Merkmale  $X$ : *Form* (*länglich*, *blockig*) und  $Y$ : *Farbe* (*grün*, *gelb*, *rot*) erfasst, wobei 30 von *länglicher* und 70 von *blockiger* Form waren. 35 Paprika hatten *gelbe* Farbe und es gab 6 *längliche gelbe* Exemplare. Von den blockförmigen Paprikaschoten war die Hälfte *rot*, unter den länglichen Paprika waren 60% *rotfarbig*.

- Erstellen Sie eine Kreuztabelle mit den in der SP beobachteten absoluten Häufigkeiten.
- Berechnen Sie die zugehörigen 6 erwarteten absoluten Paar-Häufigkeiten  $E_{ij}$ , die bei erfüllter stochastischer Unabhängigkeit von  $X$  und  $Y$  gelten müssten.
- Stellen Sie die Hypothesen  $H_0$  und  $H_1$  für einen  $\chi^2$ -Unabhängigkeitstest auf.
- Begründen Sie, warum die  $\chi^2$ -Verteilung als Prüfverteilung angewendet werden darf.
- Geben Sie den Akzeptanzbereich von  $H_0$  an und berechnen Sie die Teststatistik  $\chi^2_{emp}$ .
- Fällen Sie eine Testentscheidung (zum Vergleich: p-value(SPSS)=0.066. Was bedeutet Ihr Testergebnis in Bezug auf die Frage nach einem Zusammenhang zwischen  $X$  und  $Y$ ?
- Drücken Sie das Signifikanzniveau als bedingte Wahrscheinlichkeit  $P(\dots|\dots) = \alpha$  aus.

**ÜA 2:** Von 20 Jungen und 30 Mädchen im Grundschulalter wurde erfasst, ob sie eine Brille tragen müssen oder nicht. Insgesamt gab es 15 Kinder mit Sehhilfe und 35 ohne.

- Welche absoluten Paar-Häufigkeiten  $E_{ij}$ , die bei stochastischer Unabhängigkeit von  $X$ : *Geschlecht* und  $Y$ : *Sehhilfe* (*Ja/Nein*) erwartet werden, ergeben sich für diese SP-Daten?
- Bestimmen Sie die beiden *bedingten Verteilungen* bezüglich der Sehhilfen-Situation, welche bei erfüllter stochastischer Unabhängigkeit von  $X, Y$  unter den *Jungen* und unter den *Mädchen* gelten würden. Vergleichen Sie mit der Verteilung von  $Y$ : *Sehhilfe*.
- Wenn die Daten für einen  $\chi^2$ -Unabhängigkeitstest bei  $\alpha = 5\%$  verwendet werden würden, für welche Kreuztabellen aus beobachteten absoluten Paar-Häufigkeiten  $H_{ij}$  würde  $H_0$  abgelehnt werden, für welche nicht? Geben Sie jeweils eine Beispiel-Kreuztabelle an!

**ÜA 3:** Es soll die These geprüft werden, dass in der Bevölkerung 1% *Montag*, 2% *Dienstag*, 3% *Mittwoch*, 4% *Donnerstag*, 10% *Freitag*, 30% *Samstag* und 50% *Sonntag* als Lieblingstag haben. 350 Testpersonen wurden deshalb gefragt, auf welchen Tag der Woche sie sich in der Regel am meisten freuen. Die entsprechenden 350 Antworten lauteten: 1-mal *Mo*, 2-mal *Di*, 4-mal *Mi*, 6-mal *Do*, 33-mal *Fr*, 120-mal *Sa* und 184-mal *So*.

- Geben Sie  $H_0$  und  $H_1$  für einen  $\chi^2$ -Anpassungstest an, der die Glaubwürdigkeit der geschilderten Vermutung für die Bevölkerung beim Signifikanzniveau  $\alpha = 5\%$  prüft.
- Begründen Sie, warum die  $\chi^2$ -Verteilung als Prüfverteilung angewendet werden darf.
- Geben Sie den Akzeptanzbereich von  $H_0$  an und berechnen Sie die Teststatistik  $\chi^2_{emp}$ .
- Fällen Sie eine Testentscheidung (Vergleich: p-value(SPSS)=0.011) und formulieren Sie in Worten, was Ihr Ergebnis in Bezug auf die Ausgangsfragestellung bedeutet.
- Drücken Sie den p-value als bedingte Wahrscheinlichkeit  $P(\dots|\dots) = 0.011$  aus.
- Wie wäre Ihr  $\chi^2$ -Anpassungstest bei  $\alpha = 5\%$  verlaufen, wenn unter  $H_0$  vermutet worden wäre, dass die *Lieblingswochentage* in der Bevölkerung *diskret gleichverteilt* auftreten?