

## Übung 4: Rechnen mit bedingter Wahrscheinlichkeit WS 2019/20 P. Gummelt

---

**ÜA 1:** Wir betrachten beim Werfen eines (ungezinkten) Dodekaeder-Würfels mit 12 Seitenflächen die vier Ereignisse  $A$ : Augenzahl ist durch 3 teilbar,  $B$ : Augenzahl ist eine gerade Zahl,  $C$ : Augenzahl ist eine Quadratzahl und  $D$ : Augenzahl ist eine Primzahl. Als Wahrscheinlichkeitsmaß nutzen wir für dieses Laplace-Experiment die Laplace-Formel.

a) Bestimmen Sie die folgenden *bedingten* Wahrscheinlichkeiten:  $P(A|B)$ ,  $P(B|A)$ ,  $P(C|D)$ ,  $P(C|A \cup B)$  und  $P(\bar{D}|(A \cap B))$ . Geben Sie dazu jeweils an, was der berechnete Wahrscheinlichkeitswert ausdrückt, wenn man diesen als *Anteil* interpretiert.

b) Überprüfen Sie, ob die Ereignisse  $A$  und  $B$  stochastisch unabhängig sind, oder nicht.

c) Welche Ergebnisse erhält man für  $P(E|F)$  und  $P(F|E)$ , wenn wir den Dodekaederwürfel *zweimal* werfen und die Ereignisse  $E$ : Beide Augenzahlen sind gleich (*Pasch*) und  $F$ : Produkt beider Augenzahlen ist  $\leq 4$  betrachten?

d) Prüfen Sie, ob die Ereignisse  $E$  und  $F$  stochastisch unabhängig oder abhängig sind.

**ÜA 2:** In einer Lostrommel befinden sich 2 Gewinnlose, 4 Freilose und 6 Nieten, die äußerlich alle nicht zu unterscheiden sind. Sie ziehen nacheinander aus dieser Trommel *zwei* Lose. Veranschaulichen Sie diesen Vorgang mit Hilfe eines Baumdiagramms.

Wir betrachten für dieses Zufallsexperiment die Ereignisse  $A$ : Erstes Los ist ein Gewinn,  $B$ : Zweites Los ist ein Gewinn und  $C$ : Erstes Los ist eine Niete.

a) Geben Sie die Ergebnismenge  $\Omega$  dieses Zufallsexperiments an. Geben Sie außerdem die beiden Ereignisse  $A \cap B$  und  $A \cup B$  als Teilmengen von  $\Omega$  in Mengenschreibweise an.

b) Berechnen Sie  $P(A \cap B)$  und  $P(A \cup B)$  unter Verwendung *bedingter* Wahrscheinlichkeiten. Warum führen  $P(A \cap B) = \frac{|A \cap B|}{|\Omega|}$  und  $P(A \cup B) = \frac{|A \cup B|}{|\Omega|}$  zu anderen Werten?

c) Wie wahrscheinlich ist es, mindestens eine Niete zu ziehen?

**ÜA 3:** Angenommen, der Waldbestand einer Region teilt sich auf in 5% Laubwald, 35% Nadelwald und den Rest Mischwald. Der Anteil kranker Bäume beträgt im Laubwald 10%, aber im Nadelwald 45%. Im Mischwald sind 80% der Bäume gesund.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig aus dem Baumbestand dieser Region ausgewählter Baum von einer Krankheit befallen ist?

b) Bestimmen Sie  $P(M|K)$ , wobei  $K$  *krank* und  $M$  *Mischwald* bedeutet.

c) Welcher inhaltliche Unterschied besteht zwischen  $P(M|K)$  und  $P(M \cap K)$ ?

**ÜA 4:** Wir betrachten die Erwachsenenbevölkerung Deutschlands als  $\Omega$  und gehen von folgenden Zahlen aus: 28% aller dieser Erwachsenen rauchen. Davon leiden 12% an Lungenkrebs, wohingegen der Anteil der an Lungenkrebs Erkrankten unter den *nicht* rauchenden Erwachsenen um das 40-fache geringer ist.

a) Wie viel Prozent der Erwachsenenbevölkerung Deutschlands hat keinen Lungenkrebs?

b) Wie viel Prozent dieser nicht an Lungenkrebs erkrankten Personen rauchen nicht?