

Übung 4: Rechnen mit bedingter Wahrscheinlichkeit WS 2019/20 P. Gummelt

ÜA 1: Wir betrachten beim Werfen eines (ungezinkten) Dodekaeder-Würfels mit 12 Seitenflächen die vier Ereignisse A : Augenzahl ist durch 3 teilbar, B : Augenzahl ist eine gerade Zahl, C : Augenzahl ist eine Quadratzahl und D : Augenzahl ist eine Primzahl. Als Wahrscheinlichkeitsmaß nutzen wir für dieses Laplace-Experiment die Laplace-Formel.

a) Bestimmen Sie die folgenden *bedingten* Wahrscheinlichkeiten: $P(A|B)$, $P(B|A)$, $P(C|D)$, $P(C|A \cup B)$ und $P(\bar{D}|(A \cap B))$. Geben Sie dazu jeweils an, was der berechnete Wahrscheinlichkeitswert ausdrückt, wenn man diesen als *Anteil* interpretiert.

b) Überprüfen Sie, ob die Ereignisse A und B stochastisch unabhängig sind, oder nicht.

c) Welche Ergebnisse erhält man für $P(E|F)$ und $P(F|E)$, wenn wir den Dodekaederwürfel *zweimal* werfen und die Ereignisse E : Beide Augenzahlen sind gleich (*Pasch*) und F : Produkt beider Augenzahlen ist ≤ 4 betrachten?

d) Prüfen Sie, ob die Ereignisse E und F stochastisch unabhängig oder abhängig sind.

ÜA 2: In einer Lostrommel befinden sich 2 Gewinnlose, 4 Freilose und 6 Nieten, die äußerlich alle nicht zu unterscheiden sind. Sie ziehen nacheinander aus dieser Trommel *zwei* Lose. Veranschaulichen Sie diesen Vorgang mit Hilfe eines Baumdiagramms.

Wir betrachten für dieses Zufallsexperiment die Ereignisse A : Erstes Los ist ein Gewinn, B : Zweites Los ist ein Gewinn und C : Erstes Los ist eine Niete.

a) Geben Sie die Ergebnismenge Ω dieses Zufallsexperiments an. Geben Sie außerdem die beiden Ereignisse $A \cap B$ und $A \cup B$ als Teilmengen von Ω in Mengenschreibweise an.

b) Berechnen Sie $P(A \cap B)$ und $P(A \cup B)$ unter Verwendung *bedingter* Wahrscheinlichkeiten. Warum führen $P(A \cap B) = \frac{|A \cap B|}{|\Omega|}$ und $P(A \cup B) = \frac{|A \cup B|}{|\Omega|}$ zu anderen Werten?

c) Wie wahrscheinlich ist es, mindestens eine Niete zu ziehen?

ÜA 3: Angenommen, der Waldbestand einer Region teilt sich auf in 5% Laubwald, 35% Nadelwald und den Rest Mischwald. Der Anteil kranker Bäume beträgt im Laubwald 10%, aber im Nadelwald 45%. Im Mischwald sind 80% der Bäume gesund.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig aus dem Baumbestand dieser Region ausgewählter Baum von einer Krankheit befallen ist?

b) Bestimmen Sie $P(M|K)$, wobei K *krank* und M *Mischwald* bedeutet.

c) Welcher inhaltliche Unterschied besteht zwischen $P(M|K)$ und $P(M \cap K)$?

ÜA 4: Wir betrachten die Erwachsenenbevölkerung Deutschlands als Ω und gehen von folgenden Zahlen aus: 28% aller dieser Erwachsenen rauchen. Davon leiden 12% an Lungenkrebs, wohingegen der Anteil der an Lungenkrebs Erkrankten unter den *nicht* rauchenden Erwachsenen um das 40-fache geringer ist.

a) Wie viel Prozent der Erwachsenenbevölkerung Deutschlands hat keinen Lungenkrebs?

b) Wie viel Prozent dieser nicht an Lungenkrebs erkrankten Personen rauchen nicht?