

Übung 5: (Zähl-)Dichte, Verteilungsfunktion, Quantile WS 2019/20 P. Gummelt

ÜA 1: Für das Zufallsexperiment *Werfen von zwei fairen Dodekaederwürfeln* (je 12 Augenzahlen) betrachten wir als *diskrete* Zufallsgröße X : *Anzahl der gefallen Primzahlen*.

- Welche Werte x_i kann diese diskrete ZG X annehmen und wie wahrscheinlich sind diese Werte? Geben Sie die *Verteilung* von X in Tabellenform an, indem Sie pro X -Wert x_i jeweils $P(X = x_i)$ mittels Laplace-Formel über das zugehörige Ereignis A_i bestimmen.
- Ergänzen Sie in der Tabelle pro Wert x_i die *kumulierte* Wahrscheinlichkeit $P(X \leq x_i)$.

ÜA 2: Wir fassen das zufällige *Ziehen einer Karte aus einem vollständigen Skatspiel* als Laplace-Experiment auf und ordnen jeder Karte mittels der *diskreten* Zufallsgröße X ihren *Augenwert* zu (vgl. Übung 1, Aufgabe 4a).

- Geben Sie die *Zähldichte* (*Wahrscheinlichkeitsfunktion*) $f(x)$ dieser ZG X als Formel an und stellen Sie deren Funktionsverlauf grafisch dar.
- Geben Sie die *Verteilungsfunktion* $F(x)$ dieser Zufallsvariable X an und stellen Sie den Funktionsverlauf dieser Treppenfunktion ebenfalls grafisch dar.
- Bestimmen Sie $P(X = 0)$, $P(X \leq 4)$, $P(2 < X < 4)$, $P(3 < X \leq 11)$ und $P(X \geq 12)$.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Karte *mindestens den Augenwert 10* besitzt? Was ändert sich, wenn die gezogene Karte *mehr als 10 Augen* zählen soll?

ÜA 3: Skizzieren Sie den Funktionsverlauf von drei Dichtefunktionen f_X , welche a) spitzgipflig stark linkssteil, b) symmetrisch breitgipflig und c) schwach rechtssteil sind.

ÜA 4: Von einer *stetigen* ZG X ist gegeben, dass deren Verteilungsfunktion $F(x) = 0$ für $x \in]-\infty, 0[$ und $F(x) = 1$ für $x \in]1, +\infty[$ annimmt. Für $x \in [0, 1]$ gilt $F(x) = x^3$.

- Stellen Sie den Verlauf dieser Verteilungsfunktion $F(x)$ grafisch dar.
- Geben Sie die zugehörige *Dichtefunktion* $f(x)$ in Formelschreibweise an und stellen sie deren Funktionsverlauf ebenfalls grafisch dar.
- Berechnen Sie $P(X \leq -2)$, $P(X < \frac{1}{2})$, $P(X = \frac{1}{3})$, $P(X > 0.3)$, $P(X \in]0.3, 0.7])$, $P(0.3 \leq X \leq 0.7)$, $P(X \leq 3)$ und $P(X > 6)$.
- Gegeben sind $q = \frac{1}{8}$, $q = 0.512$ und $q = 1$. Gesucht sind die drei zugehörigen *Quantile* \tilde{x}_q . Berechnen Sie $\tilde{x}_{12.5\%}$, $\tilde{x}_{51.2\%}$, $\tilde{x}_{100\%}$ und interpretieren Sie Ihre drei Ergebnisse!

ÜA 5: Skizzieren Sie ausgehend von den folgenden grafisch dargestellten Dichtefunktionen f_{X_1}, \dots, f_{X_4} , die das Verhalten der *stetigen* Zufallsvariablen X_1, X_2, X_3 und X_4 beschreiben, den Verlauf der vier zugehörigen Verteilungsfunktionen $F_{X_1}, F_{X_2}, F_{X_3}, F_{X_4}$.

