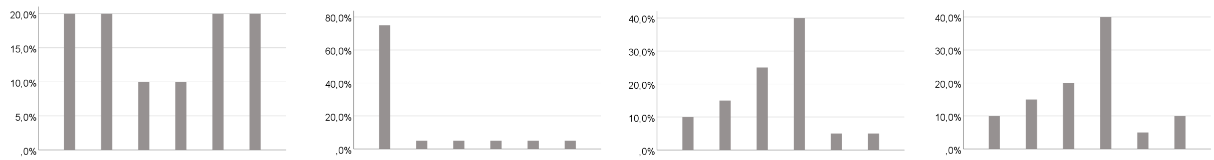
Übung 6: Lage-/Streuparameter (beliebiger) ZG   WS 2019/20 P. Gummelt

ÜA 1: Beim Laplace-Experiment *Ziehen einer Karte aus einem Skatspiel* ordnen wir jeder Karte mittels der *diskreten* ZG X ihren *Augenwert* zu (vgl. Übung 5, Aufgabe 2).

a) Welcher Augenwert ist dann typisch? Bestimmen Sie dazu den *Modalwert* x_{Mod}, den *Median* $\tilde{x}$ sowie den *Erwartungswert* $\mu_X = E(X)$ der betrachteten Zufallsgröße X.
b) Geben Sie für jeden der drei unter a) berechneten verschiedenen Mittelwerte eine auf das vorliegende Beispiel bezogene konkrete Interpretation an.

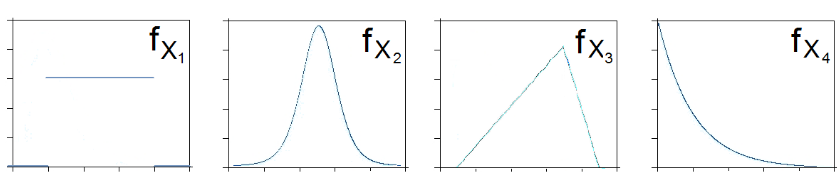
ÜA 2: Wir betrachten vier *diskrete* Zufallsgrößen X_1, X_2, X_3, X_4, welche alle die Werte $1, 2, 3, 4, 5, 6$ annehmen können. Die Balkendiagramme veranschaulichen die zugehörigen Verteilungen (von links nach rechts). Markieren Sie (ohne Rechnen!) auf der Werteachse pro Beispiel den *Modalwert* (wenn er existiert), den *Median* sowie den *Erwartungswert.*



ÜA 3: Für ein neuartiges Medikament wird mit Hilfe einer *diskreten* Zufallsgröße X die Prognose modelliert, dass von allen damit zu behandelnden Patienten 4% eine *halbe* Tablette, 40% *eine* Tablette, 30% *zwei* Tabletten, 25% *drei* Tabletten und der Rest *vier* Tabletten pro Woche einnehmen müssen.

a) Wie viele Tabletten nimmt dann ein Patient pro Woche *"im Schnitt" (im Mittel)* ein?
b) Berechnen Sie unter Verwendung der *Definitionsformel* die *Varianz* $\sigma_X^2 = V(X)$.
c) Bestimmen Sie nochmals unter Verwendung des sogenannten *Varianzverschiebesatzes* die *Varianz* $\sigma_X^2 = V(X)$ dieser ZG X und vergleichen Sie das Ergebnis mit b).
d) Wie lässt sich die berechnete Varianz $\sigma_X^2 = V(X)$ interpretieren? Wie groß ist σ_X?
e) Als *Modalwert* ergibt sich $x_{Mod} = 1$, als *Median* erhält man $\tilde{x} = 2$ und der Interquartilsabstand beträgt $IQR = 3 - 1 = 2$. Wie kommt man auf diese Ergebnisse?

ÜA 4: Zeichnen Sie für die folgenden Dichtefunktionen $f_{X_1}, ..., f_{X_4}$ jeweils ungefähr den *Median*, den *Interquartilsabstand (IQR)* und den *Erwartungswert* der *stetigen* Zufallsgrößen X_1, X_2, X_3, X_4 ein. Was gilt für den *Modalwert* dieser vier Zufallsvariablen?



ÜA 5: Von einer *stetigen* ZG X ist deren Verteilungsfunktion gegeben. Es gilt $F(x) = 0$ für $x \in]-\infty, 2[$ und $F(x) = 1$ für $x \in]7, +\infty[$. Für $x \in [2, 7]$ gilt $F(x) = \frac{1}{5} \cdot x - 0.4$.

a) Bestimmen Sie den *Median* $\tilde{x}$. Was sagt $\tilde{x}$ konkret über die Verteilung von X aus?
b) Bestimmen und interpretieren Sie den *Interquartilsabstand* $IQR = \tilde{x}_{75\%} - \tilde{x}_{25\%}$.
c) Berechnen und interpretieren Sie den *Erwartungswert* $\mu_X = E(X)$ dieser ZG X.
d) Berechnen Sie die *Varianz* $\sigma_X^2 = V(X)$ der betrachteten Zufallsvariable X zunächst über die *Definitionsformel* und dann nochmals mit Hilfe des *Varianzverschiebesatzes.*
e) Geben Sie die *Standardabweichung* σ_X an. Was sagt diese Zahl aus?