

## Zusätzliche (freiwillige) Übungsaufgaben Teil 2 WiSe 2019/20 P. Gummelt

(11.) Von einer stetigen Zufallsgröße  $X$  ist die Verteilungsfunktion  $F$  mit  $F(x) = 0$  für  $x \in ]-\infty, 0[$  und  $F(x) = 1$  für  $x \in ]2, +\infty[$  gegeben. Für  $x \in [0, 2]$  gilt  $F(x) = \frac{1}{4} \cdot x^2$ .

a) Bestimmen Sie den Funktionswert  $F(x)$  für den  $X$ -Wert  $x = 0.8$ . Geben Sie an, welche Wahrscheinlichkeit dadurch beschrieben wird!

b) Bestimmen Sie den Median  $\tilde{x}$  sowie das Quantil  $\tilde{x}_q$  für  $q = \frac{1}{16} = 6.25\%$ . Was sagt der berechnete Quantilswert  $\tilde{x}_{q=6.25\%}$  über die Verteilung der  $X$ -Werte aus?

c) Berechnen Sie Erwartungswert  $E(X)$  und Varianz  $V(X)$  der Zufallsgröße  $X$ .

(12.) Angenommen, der Messfehler eines Blutdruck-Messgerätes kann durch eine normalverteilte Zufallsgröße  $X$  mit Erwartungswert  $\mu_X = 0 \text{ mmHg}$  und Standardabweichung  $\sigma_X = 1.55 \text{ mmHg}$  modelliert werden.

a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten  $P(X < 1.302 \text{ mmHg})$  und  $P(X \geq 1.96 \cdot \sigma_X)$ .

b) Wie wahrscheinlich ist es unter diesen Annahmen, dass ein Blutdruck-Messergebnis vom Betrag her um mehr als  $4 \text{ mmHg}$  vom wahren  $X$ -Wert abweicht?

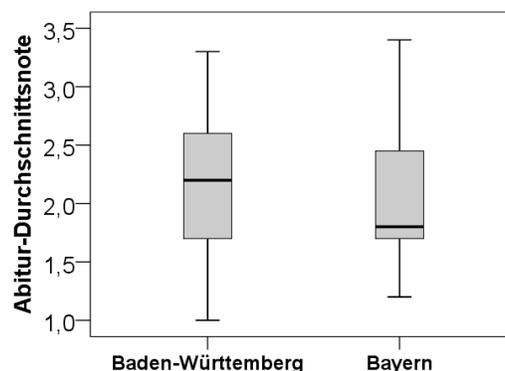
(13.) Angenommen, das *Tailien-Größen-Verhältnis TGV* (Quotient aus Taillenumfang in cm und Körpergröße in cm) kann in der Bevölkerung als normalverteilte Zufallsgröße  $X$  mit den Parametern  $\mu_X = 0.556$  und  $\sigma_X = 0.1$  modelliert werden, welchen  $X$ -Wert überschreiten dann die 10% der Bevölkerung mit den höchsten *TGV*-Werten?

(14.) Angenommen, das *LDL-Cholesterin* kann in der männlichen Bevölkerung durch eine normalverteilte Zufallsgröße  $X$  mit den Parametern  $\mu_X = 168$  und  $\sigma_X = 43$  (in  $\frac{\text{mg}}{\text{dl}}$ ) modelliert werden und für ein neuartiges LDL-senkendes Medikament werden folgende tägliche Dosierungen  $Y$  empfohlen: *keine* Tablette bei einem  $LDL \leq 204.12$ , *eine* Tablette bei LDL-Werten zwischen 204.12 und 268.19 und *zwei* Tabletten bei einem  $LDL \geq 268.19$ .

a) Welche Anteile der männlichen Gesamtbevölkerung müssten unter diesen Annahmen täglich 0, 1 bzw. 2 Tabletten des betrachteten LDL-senkenden Medikaments einnehmen?

b) Welche mittlere tägliche Tablettenanzahl  $E(Y)$  ergibt sich für Männer unter diesen Annahmen? Wie groß ist die zugehörige Standardabweichung  $\sqrt{V(Y)}$ ?

(15.) Folgender Boxplot gibt Auskunft über die Abitur-Durchschnittsnoten von jeweils 50 Absolventen eines Jahrgangs in zwei verschiedenen Bundesländern. Welche wesentlichen Unterschiede bzw. Gemeinsamkeiten fallen dabei auf? Geben Sie dazu jeweils den Median, den Interquartilsabstand sowie die Datenspanne der beiden dargestellten Verteilungen an und vergleichen Sie deren Symmetrieeigenschaften.



(16.) Geben Sie für die folgenden drei Urlisten jeweils den Skalierungstyp des erfassten Merkmals an. Entscheiden Sie daraufhin, welches der Ihnen bekannten Maße der zentralen Tendenz am besten als typischer Wert der zugehörigen Verteilung geeignet ist und bestimmen Sie diesen Mittelwert sowie den zugehörigen Streuparameter.

a)  $X_1$ -Wohnsituation von Studierenden: 1, 3, 2, 4, 2, 2, 3

(1 = allein, 2 = WG, 3 = Wohnheim, 4 = Sonstiges).

b)  $X_2$ -Anzahl von Jungtieren pro Wurf: 2, 1, 3, 2, 3, 1, 3, 2, 2, 1.

c)  $X_3$ -Urteil (Zensur) der Stiftung Warentest für ein Produkt: 2, 2, 1, 2, 1, 2, 2, 2, 1, 2.

(17.) 16 Studierende machten hinsichtlich der beiden Merkmale  $X$ : *Geschlecht* ( $F \hat{=}$  weiblich;  $M \hat{=}$  männlich) und  $Y$ : *Bafög* ( $0 \hat{=}$  nein,  $1 \hat{=}$  ja,  $2 \hat{=}$  ungeklärt) folgende Angaben:  $(M, 1)$ ;  $(F, 1)$ ;  $(F, 1)$ ;  $(M, 2)$ ;  $(M, 1)$ ;  $(F, 1)$ ;  $(F, 1)$ ;  $(F, 0)$ ;  $(M, 0)$ ;  $(M, 0)$ ;  $(F, 0)$ ;  $(M, 2)$ ;  $(F, 0)$ ;  $(F, 0)$ ;  $(F, 1)$ ;  $(M, 2)$ .

a) Stellen Sie die gemeinsame Verteilung der beiden erfassten Merkmale mittels einer Kreuztabelle dar, in welche Sie die absoluten Rand- und Paar-Häufigkeiten eintragen.

b) Bestimmen Sie die absoluten erwarteten Paar-Häufigkeiten  $E_{ij}$ , die im Falle stochastischer Unabhängigkeit gelten müssten und tragen Sie diese in die beiden unter a) erstellten Kreuztabellen mit ein.

c) Bestimmen Sie für die Abweichung des Datenmaterials von idealer Unabhängigkeit  $\chi^2$ .

(18.) Mit Hilfe eines  $\chi^2$ -Unabhängigkeitstests soll bei einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 5\%$  untersucht werden, inwieweit in der Bevölkerung von einer Unabhängigkeit der Religionszugehörigkeit und des Geschlechtes ausgegangen werden kann. Nutzen Sie dazu das Datenmaterial, welches in folgender Kreuztabelle zusammengefasst wurde.

X: Geschlecht / Y: Religion	ev.	kath.	sonstige Religion	keine Religion	$\Sigma$
Mann	14	9	7	10	40
Frau	26	21	3	10	60
$\Sigma$	40	30	10	20	100

a) Stellen Sie für die vorliegenden Daten die Kreuztabelle der erwarteten Häufigkeiten bei stochastischer Unabhängigkeit von X,Y auf.

b) Geben Sie  $H_0$  und  $H_1$  für einen  $\chi^2$ -Unabhängigkeitstest an und begründen Sie, dass dieser Test für das gegebene Datenmaterial angewendet werden darf.

c) Berechnen Sie aus den vorliegenden Daten die Teststatistik  $\chi_{emp}^2$ .

d) Bestimmen Sie den Akzeptanzbereich der Nullhypothese und geben Sie diesen an.

e) Fällen Sie eine Testentscheidung und formulieren Sie in Worten, was Ihr Ergebnis in Bezug auf die Ausgangsfragestellung bedeutet.

f) Mit SPSS wurde für die vorliegenden Daten der  $p$ -value = 0.1 bestimmt. Begründen Sie anhand dieses p-values, ob Ihre unter e) gefällte Testentscheidung richtig ist.

g) Mit welcher Art von Fehler ist Ihre gefällte Testentscheidung behaftet und was bedeutet dieser Fehler konkret für das untersuchte Beispiel?