

(1.) a)  $|\Omega| = 4 \cdot 4 = 16$

b)  $A = \{(1, 2), (2, 1), (1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3)\}$ ,

$B = \{(3, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 2), (2, 4), (4, 4)\}$

c)  $P(A) = 0.5$ ,  $P(\bar{B}) = 0.625$ ,  $P(A \cap B) = 0.125$  und  $P(A \cup B) = 0.75$ .

d)  $A$  und  $B$  sind NICHT stochastisch unabhängig, denn  $P(A|B) = \frac{1}{3} \neq P(A) = \frac{1}{2}$  bzw.  $P(B|A) = 0.25 \neq P(B) = 0.375$ .

(2.) a) 30045015

b) 1594323

c) 720

d) 210

e) 65536

f) 2118760

(3.) a)  $P(A) = 0.04$ ,  $P(R|A) = 0.8$ ,  $P(R|\bar{A}) = 0.3$

b)  $P(R) = 0.32$

c)  $P(A|R) = 0.1$ .

b)  $P(\bar{R} \cap \bar{A}) = 0.6720$ .

(4.) a)  $P(H) = 0.63$ , b)  $P(II|H) = 0.11$

(5.) a)  $E(X) = 862.5 \text{ Euro}$ , b)  $V(X) = 167031.25 \text{ Euro}^2$ ,  $\sigma_X = 408.69 \text{ Euro}$

(6.) a) Zufallsgröße  $X$ : Produkt der geworfenen Augenzahlen:

$P(X = 1) = \frac{1}{16}$ ,  $P(X = 2) = \frac{2}{16}$ ,  $P(X = 3) = \frac{2}{16}$ ,  $P(X = 4) = \frac{3}{16}$ ,  $P(X = 6) = \frac{2}{16}$ ,  
 $P(X = 8) = \frac{2}{16}$ ,  $P(X = 9) = \frac{1}{16}$ ,  $P(X = 12) = \frac{2}{16}$ ,  $P(X = 16) = \frac{1}{16}$ , also folgt für ZG  $Y$ :

$P(Y = +2\text{Euro}) = \frac{7}{16}$ ,  $P(Y = -1\text{Euro}) = \frac{9}{16}$

b)  $E(Y) = 0.3125 \text{ Euro}$ ,  $\sigma_Y = 1.488 \text{ Euro}$

(7.)  $B(n = 15, p = 0.8)$  a)  $P(\geq 12) = 0.648$ , b)  $E(X) = 12$

(8.)  $B(n = 40, p = 0.25)$  a)  $E(X) = 10$ , b)  $\sigma_X = \sqrt{7.5} = 2.7386$ ,

c)  $P(X \leq 2) = 0.001016$

(9.) a)  $X$ : Anzahl roter Blüten:  $B(n = 4, p = 0.6)$ ;  $E(X) = 2.4$ ,  $\sigma_X = \sqrt{0.96} = 0.979$

b) Für ZG  $Y$ : Preis pro Schale gilt:  $P(Y = 1\text{Euro}) = 0.1552$ ,  $P(Y = 2\text{Euro}) = 0.3456$ ,  
 $P(Y = 1.50\text{Euro}) = 0.4992$  mit  $E(Y) = 1.5952\text{Euro}$

(10.) a)  $H(N = 45, K = 8, n = 3)$ ;  $P(\leq 1\text{Ausschuss}) = 0.923$

b)  $H(N = 20, K = 12, n = 10)$ ;  $P(> 7\text{Linkh.}) = P(\geq 8\text{Linksh.}) = 0.0849$

(11.) a)  $F(x = 0.8) = 0.16$ , d.h.  $P(X \leq 0.8) = 16\%$

b) Median  $\tilde{x} = \sqrt{2} = 1.414$ ,  $\tilde{x}_{q=6.25\%} = 0.5$ ,

d.h. für 6.25% der ZG-Werte gilt  $X - Wert \leq 0.5$ , für den Rest  $X - Wert > 0.5$

c)  $E(X) = \frac{4}{3}$ , Varianz  $V(X) = \frac{2}{9}$

(12.) a)  $P(X < 1.302 \text{ mmHg}) = 80\%$ ,  $P(X \geq 1.96 \cdot \sigma_X) = 2.5\%$ .

b)  $P(X < -4\text{mmHg}) + P(X > +4\text{mmHg}) = 1\%$

(13.)  $\tilde{x}_{q=90\%} = 0.6842$

(14.) a)  $P(0\text{Tabletten}) = 80\%$ ,  $P(1\text{Tablette}) = 19\%$ ,  $P(2\text{Tabletten}) = 1\%$

b)  $E(Y) = 0.21$   $\sqrt{V(Y)} = 0.431$

(15.) Zusammenfassung:

- Bayern schnitt im Mittel (Median) besser ab als BW:  $\tilde{x}_B = 1.8 < \tilde{x}_{BW} = 2.2$

- Bayern hatte als Bestnoten nicht 1.0 – 1.2 dabei (BW aber schon) und in Bayern waren die schlechtesten Noten 3.4 – 3.5 vertreten, die es in BW nicht gab

- Notenstreuung in B und BW ähnlich (IQR 0.7 bzw. 0.9, Datenspanne 2.2 bzw. 2.3)

- Notenverteilung in BW um Median  $\tilde{x} = 2.2$  sehr ausgewogen (symmetrisch), in B stark linkssteile Verteilung (bedeutet hier starke Häufung im sehr gutem Notenbereich)

(16.) a)  $X_1$ : nominal, Modalwert="WG" - Entropie (nicht berechnen)

b)  $X_2$ : metrisch,  $\bar{x} = 2$ ,  $s^2 = 0.6$ ,  $s = 0.7745$ , c)  $X_3$ : ordinal, Median  $\tilde{x} = "2 = gut"$ ,  $IQR = 2 - 1 = 1$ .

(17.) a)  $H_{F,0} = 4$ ,  $H_{F,1} = 5$ ,  $H_{F,2} = 0$ ,  $H_{M,0} = 2$ ,  $H_{M,1} = 2$ ,  $H_{M,2} = 3$

b)  $E_{F,0} = 3.375$ ,  $E_{F,1} = 3.9375$ ,  $E_{F,2} = 1.6875$ ,  $E_{M,0} = 2.625$ ,  $E_{M,1} = 3.0625$ ,  $E_{M,2} = 1.3125$

c)  $\chi^2 = 4.777$ .

(18.) a)

X: Geschlecht / Y: Religion	ev.	kath.	sonstige Religion	keine Religion	$\Sigma$
Mann	14 / 16	9 / 12	7 / 4	10 / 8	40
Frau	26 / 24	21 / 18	3 / 6	10 / 12	60
$\Sigma$	40	30	10	20	100

b)  $H_0: \dots$ ,  $H_1: \dots$ ,

Test darf für das Datenmaterial angewendet werden, weil nicht mehr als die erlaubten 20% der erwarteten Häufigkeiten  $E_{ij}$  im Ergebnis  $< 5$  ausfallen (hier:  $\frac{1}{8} = 12.5\% E_{ij} < 5$ )

c)  $\chi_{emp}^2 = 6.25$ .

d)  $[0, 7.81]$ .

e)  $H_0$  beibehalten, d.h. beim Signifikanzniveau  $\alpha = 5\%$  sprechen die Daten nicht gravierend gegen die in  $H_0$  vermutete stochastische Unabhängigkeit von Geschlecht und Religionszugehörigkeit in der Population.

f)  $p - value = 0.10 > \alpha = 0.05$ , also  $H_0$  beibehalten.

g) Fehler 2. Art: Risiko, weiter in der Population von Unabhängigkeit zwischen Geschlecht und Religion auszugehen, obwohl dort in Wahrheit ein Zusammenhang vorliegt.

(19.)  $r_{XY} = +1$ : Punkte liegen auf steigender Gerade; perfekter positiver linearer Zshg.  
 bei  $r_{XY} = -1$ : Punkte liegen auf fallender Gerade; perfekter negativer linearer Zshg.

$r_{XY}$	-0.889	+0.237	0.0056
Punktwolke	linear fallend, wenig Streuung	steigend, sehr viel Streuung	zufällig
Aussage	starker neg. linearer Zshg.	sehr schwacher pos. lin. Z.	kein linearer Z.

(20.)

- a)  $r_{XY} = -0.9466$ : Punktwolke zeigt sehr stark ausgeprägtes lineares Abfallen der Y-Werte mit steigenden X-Werten (d.h. Punkte streuen nur leicht um ein fallende Gerade).  
 b) Mit jedem Ansteigen eines X-Wertes fällt der zugehörige Y-Wert. Die erfassten (x,y)-Punkte liegen dabei aber nicht auf einer Geraden. Die Daten zeigen also einen perfekt ausgeprägten fallenden Trend (deshalb  $\tau = -1$ ), der aber nicht perfekt LINEARER Natur ist, deshalb nicht  $r_{XY} = -1$ , sondern nur  $r_{XY} = -0.9466$ .

(21.) a)  $H_0 : \mu_X = 1350\text{cm}^3$  und  $H_1 : \mu_X \neq 1350\text{cm}^3$

b) Akzeptanzbereich der Nullhypothese:  $[-2.131, +2.131]$ .

c)  $t_{emp} = -0.36447$ , also Nullhypothese  $H_0$  beibehalten

d)  $[1268.52285\text{cm}^3, 1407.67715\text{cm}^3]$ .

e) Das Intervall  $[1268.52285\text{cm}^3, 1407.67715\text{cm}^3]$  kann zu den 95% analog aus allen mgl. SP des Umfanges  $n = 16$  und deren  $\bar{x}$ -Werten berechneten 95%-Konfidenzintervallen gehören, welche den wahren Wert für die gesuchte unbekannte mittlere Schädelkapazität  $\mu_X$  enthalten, aber auch zu den restlichen 5% dieser Intervalle, die  $\mu_X$  nicht enthalten.

(22.) a)  $H_0 : \mu_X \geq 150 \frac{\text{mg}}{100\text{g}}$  und  $H_1 : \mu_X < 150 \frac{\text{mg}}{100\text{g}}$

b) Akzeptanzbereich von  $H_0$  (unter Verwendung von  $N(0, 1)$  wegen  $n > 30$ ):  $[-1.645, +\infty[$ .

c)  $t_{emp} = -1.3017$ , also Nullhypothese  $H_0$  beibehalten ( $p\text{-value} = 0.0995 > \alpha = 0.05$ ).

d) Beim Signifikanzniveau  $\alpha = 5\%$  sprechen die Daten nicht für eine signifikante Unterschreitung des mittleren Kaloriengehaltes von  $150\text{mg}$  in der Population der Futtermittel.

(23.) a)  $H_0$ : Für die Wartezeiten gelten in der Population aller Studienanfänger folgende Anteile:  $p_{0Sem.} = 0.05$ ,  $p_{1Sem.} = 0.1$ ,  $p_{2Sem.} = 0.3$ ,  $p_{3Sem.} = 0.25$  und  $p_{\geq 4Sem.} = 0.3$ ;  $H_1$ : In der Population aller Studienanfänger gilt für mindestens eine der Wahrscheinlichkeiten  $p_0, p_1, \dots, p_{\geq 4}$  nicht der in  $H_0$  postulierte Wert.

b) Test erlaubt, da für  $\frac{1}{5} = 20\%$  der erwarteten Häufigkeiten  $E_i = 2.5, 5, 15, 12.5, 15$  gilt  $E_i < 5$ . Die maximal erlaubte Schranke ist nicht überschritten (gefordert:  $\leq 20\%E_i < 5$ ).

c)  $[0, 9.49]$ , d)  $\chi_{emp}^2 = 3.213$ , also  $H_0$  beibehalten

e) Bei  $\alpha = 5\%$  liefern die Daten keine gravierenden Einwände gegen die Kalkulation.

f)  $P(H_0$  anhand SP-Daten ablehnen |  $H_0 : p_{0Sem.} = 0.05, p_{1Sem.} = 0.1, p_{2Sem.} = 0.3, p_{3Sem.} = 0.25, p_{\geq 4Sem.} = 0.3$  ist in der Population aller Studienanfänger wahr) =  $\alpha = 0.05$

(24.)

a)  $H_0$ : In der Population aller Würfel gilt  $p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5 = p_6 = \frac{1}{6}$ ,

$H_1$ : Mindestens eine Augenzahl fällt nicht mit Wahrscheinlichkeit  $p_i = \frac{1}{6}$

b) Die geforderte Bedingung  $\leq 20\%E_i < 5$  ist erfüllt, da alle  $E_i = 600 \cdot \frac{1}{6} = 100$

c) Akzeptanzbereich von  $H_0$ :  $[0, 11.07]$ ,  $\chi_{emp}^2 = 0.8$

d)  $H_0$  beibehalten ( $p\text{-value} = 0.977 > \alpha = 0.05$ ), d.h. ...