

Seminar **Faltungshalbgruppen von Wahrscheinlichkeitsmaßen**

Sommersemester 2015

Prof. Dr. Michael Schürmann

Es sollen die Zusammenhänge zwischen

- unbegrenzt teilbaren Wahrscheinlichkeitsmaßen
- Faltungshalbgruppen von Wahrscheinlichkeitsmaßen
- Prozessen mit unabhängigen und stationären Zuwächsen (Lévy-Prozessen)

dargestellt und erklärt werden. Wir beschränken uns dabei hauptsächlich auf den Fall des \mathbb{R}^d , allerdings ist auch ein Ausblick auf Lévy-Prozesse auf Lie-Gruppen geplant. Die bekannte Lévy-Chintschin-Formel für den Logarithmus der Fourier-Transformierten eines unbegrenzt teilbaren Wahrscheinlichkeitsmaßes und stabile Verteilungen sind dabei Bestandteil des Programms.

Vorträge

1. **Fouriertransformation und Faltung**

- Fourier-Transformation von Wahrscheinlichkeitsmaßen auf \mathbb{R}^d ,
kurze Einführung
- Faltung von Wahrscheinlichkeitsmaßen
- Charakteristische Funktion einer Zufallsvariablen
- Stochastische Unabhängigkeit

2. **Unbegrenzt teilbare Verteilungen: grundlegende Eigenschaften**

- Fouriertransformierte unbegrenzt teilbarer Verteilungen
- Eindeutigkeit der “ n -ten Wurzel”
- Stabilität gegenüber Faltung und Grenzwert

3. Unbegrenzt teilbare Verteilungen: Einbettbarkeit

- Zusammenhang mit stetigen Faltungshalbgruppen
- Einbettungssatz für \mathbb{R}^d

4. Konvergenz gegen unbegrenzt teilbare Verteilungen

- Asymptotische Vernachlässigbarkeit
- Konvergenzsatz

5. Lévy-Prozesse auf \mathbb{R}^d

- Zusammenhang mit Faltungshalbgruppen
- Konstruktion eines Lévy-Prozesses als projektiver Limes
- Generator eines Lévy-Prozesses
- Beispiele

6. Brownsche Bewegung

- Definition
- Existenz (evtl. nur Skizze)
- Stetigkeit der Pfade
- Nichtdifferenzierbarkeit der Pfade (evtl.)

7. Poisson-Prozess, Verallgemeinerungen

- Definition und Konstruktion des Poisson-Prozesses
- Zusammengesetzte Poisson-Prozesse
- Formel für den Generator

8. Lévy-Chintschin-Formel

- Formulierung und Erläuterung der Formel
- Beweisskizze (oder mehr)

- Spezialfälle

9. Faltungshalbruppen von Wahrscheinlichkeitsmaßen auf Lie-Gruppen

- Faltungshalbruppen und Lévy-Prozesse
- Formel von Hunt, Formulierung und Erläuterung der Formel
- Beweisskizze

10. Stabile Verteilungen

- Definition und Beispiele
- Konvergenz gegen stabile Verteilungen
- Formeln für stabile Verteilungen

Literatur

[**Chu**] K.L. Chung: A Course in Probability Theory. Academic Press 2002

[**Klen**] A. Klenke: Wahrscheinlichkeitstheorie. Springer 2006

[**Bau**] H. Bauer: Wahrscheinlichkeitstheorie. de Gruyter 2002

[**App**] D. Applebaum: Lévy Processes in Euclidean Spaces and Groups. In: Quantum Independent Increment Processes I. Lect. Notes Math., vol. 1865. Springer 2006.