Ernst-Moritz-Arndt Universität Greifswald
Institut für Physik

Versuch E2 - Bauelemente im Wechselstromkreis		
Name:	Mitarbeiter:	
Gruppenummer:	lfd. Nr.:	Datum:

1. Aufgabenstellung

Führen Sie grundlegende Messungen im Wechselstromkreis durch.

1.1. Versuchsziel

Beschäftigen Sie sich mit folgenden Schwerpunkten des Versuches:

- Begriff Wechselstrom
- Momentanwert; Maximalwert; Spitzenwert; Effektivwert
- Verhalten von Widerstand, Spule und Kondensator im Wechselstromkreis
- Hochpass, Tiefpass
- Transformator; Transformatorgesetze; Induktion

1.2. Messungen

1.2.1. Messen Sie mit dem Oszilloskop die Spannungen auf der Primär- und Sekundärseite des Transformators bei fünf verschiedenen Eingangsspannungen. Die Frequenz der Wechselspannung bleibt im Bereich 1 kHz konstant.

1.2.2. Messen Sie die zeitliche Abhängigkeit der Spannung am Kondensator, wenn dieser entladen wird. In den ersten zehn Sekunden wird alle zwei Sekunden gemessen, danach nach jeweils fünf Sekunden. Beenden Sie die Messung, wenn die Spannung sich kaum noch ändert.

1.2.3. Schließen Sie den Generator im 10 kHz-Bereich an die Punkte 13a und 12a (Masse) auf der Platine an. Messen Sie mit dem Oszilloskop die Spannung über R_3 (Kanal 2), die Spannung an der Reihenschaltung C_2 und R_3 (Kanal 1) und die entsprechende Frequenz mit einem Multimeter. Es ist der Frequenzbereich von 1 kHz … 50 kHz zu benutzen.

1.2.4. Schließen Sie den Generator im 10kHz-Bereich an die Punkte 12a und 13a (Masse) auf der Platine an. Messen Sie mit dem Oszilloskop die Spannung über C_2 (Kanal 2), die Spannung an der Reihenschaltung R_3 und C_2 (Kanal 1) und die entsprechende Frequenzmit einem Multimeter. Es ist der Frequenzbereich von 1 kHz … 50 kHz zu nutzen.

1.3. Auswertungen

1.3.1. Berechnen Sie das Windungsverhältnis zwischen Primär- und Sekundärseite des Transformators. Bilden Sie den Mittelwert und dessen Standardabweichung.

1.3.2. Zeichnen Sie die Entladekurve des Kondensators. Zeichnen Sie die $\ln U(t)$-Kurve. Bestimmen Sie die Kapazität des Kondensators.

1.3.3. Zeichnen Sie zu den Messungen 1.2.3. und 1.2.4. ein $\frac{U_a}{U_e}(f)$-Diagramm. Berechnen Sie aus den Werten der Aufgaben 1.2.3. und 1.2.4. den kapazitiven Widerstand X_C. Zeichnen Sie ein $X_C(f)$-Diagramm. Berechnen Sie die Kapazität C des Kondensators. Bilden Sie den Mittelwert und dessen Standardabweichung.

1.4. Aufgabe

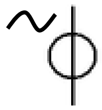
Eine Spule sei mit einem Wechselstromgenerator verbunden, der bei einer Frequenz von 60 Hz eine Spannung von 100 V liefert. Bei diesen Betriebsbedingungen hat die Spule die Impedanz 10Ω und den Blindwiderstand 8 Ω .

a) Berechnen Sie den Strom durch die Spule.
b) Berechnen Sie für obige Aufgabe die Phasenverschiebung zwischen Strom und angelegter Spannung.
c) Welche Kapazität muss in Reihe geschaltet werden, damit Strom und Spannung wieder in Phase sind? Wie groß ist dann die Spannung über dem Kondensator?

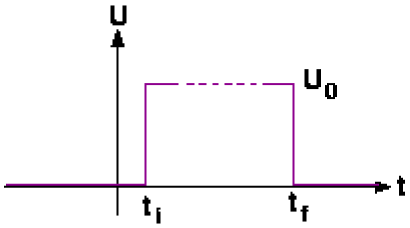
2. Grundlagen

2.1. Wechselstromkreis

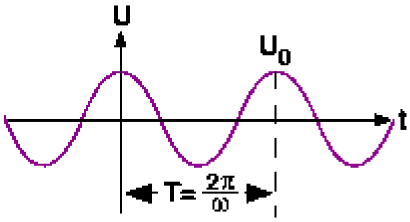
Obwohl Elektrogeräte uns heute im täglichen Leben überall begegnen, ist der Zugang zur Elektrotechnik nicht gerade leichter geworden. Grund dafür sind die immer stärkere Spezialisierung der Bauteile und die immer kompaktere Bauweise der Geräte. Vor allem bei elektronischen Bauteilen wurde inzwischen eine Miniaturisierung erreicht, die Schaltungen von der Größe eines Postpakets auf Fingernagelformat schrumpfen ließ.
Man hat sich daran gewöhnt, dass elektrische Geräte „einfach funktionieren". Wir wissen, dass unser Radio zuhause mit Wechselstrom aus der Steckdose betrieben wird und wundern uns nicht, wenn wir es unterwegs mit Batterien (Gleichstrom!) betreiben können. Oder wundern wir uns doch? Gegenstand dieses Versuches ist die Untersuchung von Komponenten wie Transformator und Kondensator im Wechselstromkreis.
Ein geschlossener Leiterkreis mit einer Wechselspannungsquelle bildet einen Wechselstromkreis. Die Wechselspannung ist eine zeitlich veränderliche Spannung $U = U(t)$, also ist auch der im Kreis fließende Wechselstrom zeitlich veränderlich $I = I(t)$. Das Symbol für eine ideale Wechselspannung ist:



Wir verstehen hier unter einer Wechselspannung jede zeitlich nicht konstante Spannung, etwa einen Spannungsimpuls



Die geläufigste Änderung einer Spannung ist eine harmonische Änderung $U(t) = U_0 \cos \omega t$, die gemeinhin als Wechselspannung bezeichnet wird.



Auch im Wechselstromkreis wird das Verhalten von Wechselspannung und Wechselstrom durch die **KIRCHHOFFschen Regeln** bestimmt:

Maschensatz:
In einer unverzweigten Masche ist die Summe der eingeprägten Spannungen U_i an den Spannungsquellen gleich der Summe der Spannungsabfälle U_k an den Widerständen R_k.

$$\sum_i U_i(t) = I(t) \sum_k R_k = \sum_k U_k \qquad (1)$$

und somit für den Fall *einer* Spannungsquelle mit der Spannung U_1

$$U_1 = \sum_k U_k$$

Knotensatz:
Die Summe der in einen Knoten (Verzweigungspunkt) hinein fließenden Ströme ist gleich der Summe der aus dem Knoten (Verzweigungspunkt) heraus fließenden Ströme. Sind die Ströme Vorzeichen behaftet, so gilt

$$\sum_k I_k = 0 \qquad (2)$$

2.2. An- und Ausschaltvorgänge

In dem in Abb. 1 gezeichneten Wechselstromkreis befinden sich alle uns bisher bekannten Komponenten

- Gleichspannungsquelle U_0 mit Schalter
- Ohmscher Widerstand R
- Spule mit Selbstinduktivität L
- Kondensator mit Kapazität C

Die KIRCHHOFFsche Maschenregel für diesen einfachen Leiterkreis verlangt: $U_R + U_S + U_K - U_0 = 0$ mit den entsprechenden Einschalt- und Ausschaltbedingungen.
Fließt durch die Leitermasche ein Strom I, so ergeben sich folgende Teilspannungen:

$$U_R = I \cdot R \qquad U_K = \frac{1}{C}\int I \cdot dt \qquad U_S = L \cdot \frac{dI}{dt}$$

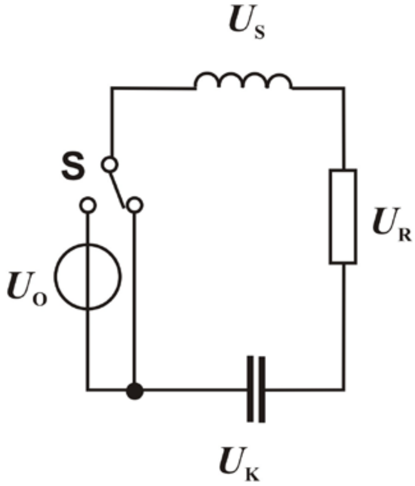


Abb. 1 gedämpfte Schwingungen.

Wird der Kondensator in unserer Schaltung über eine Gleichspannungsquelle aufgeladen, so kann man nach Entfernung der Stromquelle (Umlegen des Schalters S), bei einem zu vernachlässigenden Ohmschen Widerstand $(R_\Omega \to 0)$ eine ungedämpfte periodische Änderung des Stromes mit der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ beobachten:

$$I(t) = I_0 \cos(\omega \cdot t) \quad \text{(ungedämpfte Schwingung).}$$

Bei einem endlichen Ohmschen Widerstand hingegen ergibt sich eine gedämpfte periodische Änderung des Stromes in der Form:

$$I(t) = I_0 \exp(-\frac{R}{2L} \cdot t) \cos(\omega \cdot t) \quad \text{(gedämpfte Schwingung),}$$

dann nennt man die Schaltung einen gedämpften *Schwingkreis*.

Ist $\frac{R}{L} > 2\sqrt{\frac{1}{LC}}$, so beobachtet man **keine** Schwingung, sondern lediglich einen **aperiodischen** Stromverlauf, der exponentiell mit der Zeit abklingt:

$$I(t) = I_0 \exp(-\frac{R}{L} \cdot t) \tag{3}$$

Eine aperiodische Stromänderung beobachtet man auch, wenn in Abb.1 die Induktivität L gänzlich fehlt. Ein Kondensator C wird über einen den Strom begrenzenden Widerstand R aufgeladen bzw. entladen (→ **Messaufgabe 1.2.**) :

$$I(t) = I_0 \exp(-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t) = I_0 \exp(-\frac{t}{\tau}), \quad (4)$$

wobei $\tau = RC$ die Zeitkonstante für den Aufladevorgang bzw. für den Entladevorgang ist. Der **Spannungsverlauf beim Entladevorgang** ergibt sich zu

$$U(t) = U_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (5)$$

2.3. Reihenschwingkreis mit Wechselspannungsquelle

Wird anstelle der Gleichspannungsquelle in Abb. 1 eine Wechselspannungsquelle mit der Spannung $U = U_0 \cos(\omega \cdot t)$ verwendet, so erhalten wir einen Wechselstrom,

$$I = I_0 \cos(\omega \cdot t - \varphi), \quad (6)$$

der allerdings gegenüber der Spannung um den Winkel φ Phasen verschoben ist. Ursache für diese Phasenverschiebung sind die Blindwiderstände X_L und X_C.

Die Phasenverschiebung φ ergibt sich aus:

$$\tan\varphi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (7)$$

wobei $X_L = \omega \cdot L$ der induktive Widerstand und $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$ der kapazitive Widerstand ist.

Die Phasenverschiebung bewirkt, dass der Gesamtwiderstand der Reihenschaltung sich nicht als algebraische Summe der Widerstände ergibt, sondern als Scheinwiderstand oder Impedanz Z:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}. \quad (8)$$

R wird als Wirkwiderstand (oder Resistanz), die Differenz $X_L - X_C$ aus induktivem und kapazitivem Widerstand wird als Gesamtblindwiderstand (oder Reaktanz) bezeichnet.

Der Scheitelwert des Stromes ergibt sich zu

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U_0}{Z}$$ (Ohmsches Gesetz für den Wechselstromkreis)

und für $I(t)$: $I(t) = \frac{U_0}{Z} \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi)$.

Für praktische Belange ist es häufig günstiger, einen Effektivwert I_{eff} des Stromes einzuführen, der über die an einem Ohmschen Widerstand umgesetzte Wärmeenergie festgelegt wird. Für einen sinusförmigen Strom erhält man den Zusammenhang zum Amplitudenwert I_o gemäß

$$I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad (9)$$

Die Wirkleistung in einem Wechselstromkreis ergibt sich zu

$$P = I_{eff} \cdot U_{eff} \cdot \cos\varphi \quad (10)$$

Da reine Blindwiderstände Phasenverschiebungen von φ = +90° bzw. φ = -90° hervorrufen, ist die umgesetzte Wirkleistung Null. In diesem Fall wird Energie im elektrischen bzw. im magnetischen Feld gespeichert, jedoch nicht in Wärmeenergie umgewandelt.

Von besonderer Bedeutung in einem Wechselstromkreis ist die Situation, dass ($X_L - X_C$) = 0 ist. Diesen ausgezeichneten Zustand bezeichnet man als ***Resonanz***, der bei der so genannten Resonanzfrequenz f eintritt:

$$\omega = 2\pi \cdot f = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} \quad (11)$$

2.4. Parallelschwingkreis mit Wechselspannungsquelle

Für eine Schaltung, in der Ohmscher Widerstand, Spule und Kondensator **parallel** geschaltet sind, erhält man für den Scheitelwert des Stromes auch

$$I_0 = \frac{U_0}{Z} = GU_0$$

jedoch mit dem Leitwert G

$$G = \frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2} \,. \qquad (12)$$

2.5. Transformator

Ein Transformator (Abb. 2) kann praktisch verlustfrei eine gegebene Eingangswechselspannung auf eine gewünschte Ausgangswechselspannung umsetzen. Der Transformator nutzt die Tatsache aus, dass das durch den primären Wechselstrom erzeugte Magnetfeld auch die Sekundärspule durchsetzt und dort eine Spannung induziert.

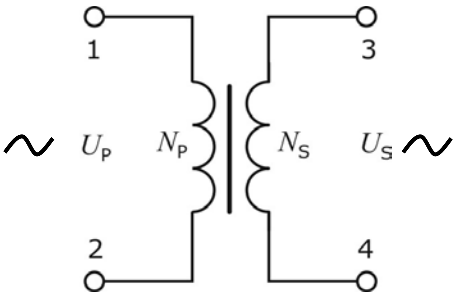


Abb. 2 Prinzip des Transformators.

Die an der Primärspule induzierte Spannung ist

$$U_P = N_P \cdot \frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t} \qquad (13)$$

wobei N_P die Windungszahl der Primärspule und Φ_m der magnetische Fluss ist, der den Eisenkern durchsetzt. Folglich erhält man für die an der Sekundärspule induzierte Spannung

$$U_S = -N_S \cdot \frac{d\Phi_m}{dt} \qquad (14)$$

und

$$U_S = -U_P \cdot \frac{N_S}{N_P} \qquad (15)$$

Das negative Vorzeichen spiegelt die Phasenverschiebung zwischen Primär- und Sekundärspannung um $\varphi = 180°$ wider. Wird der Sekundärkreis mit einem Widerstand R belastet, so fließt ein Strom im Sekundärkreis und es gilt:

$$N_P \cdot I_P = -N_S \cdot I_S$$

und für die Leistung

$$U_{P,eff} \cdot I_{P,eff} = U_{S,eff} \cdot I_{S,eff} \qquad (16)$$

2.6. Kondensator

Ein Kondensator ist ein elektrisches Bauteil, das in der Lage ist, elektrische Ladung zu speichern. Im einfachsten Fall besteht er aus zwei Metallplatten, die einander gegenüber stehen. Schließt man die beiden Platten an eine Spannungsquelle mit der Spannung U an, dann fließt eine positive Ladung Q_+ auf die mit dem Pluspol verbundene Platte. Von der anderen Platte fließt dagegen eine gleich große Ladung Q_- in den Minuspol. Insgesamt wird dabei die Ladungsmenge Q von einer Kondensatorplatte zur anderen verschoben und der Kondensator mit der Ladung Q geladen. Zwischen den Kondensatorplatten bildet sich ein elektrisches Feld E der Feldstärke $E= U/d$ aus. Die auf einem Kondensator gespeicherte Ladung ist proportional zur Plattenfläche A und zur Spannung U und umgekehrt proportional zum Plattenabstand d.

$$Q = \varepsilon_0 \frac{A}{d} U \tag{17}$$

mit ε_0= 8,854 10^{-12} As/Vm, die als Permittivität oder Dielektrizitätskonstante des Vakuums bezeichnet wird.

Zur Abkürzung schreibt man auch

$$Q = C\, U \tag{18}$$

und nennt C die Kapazität des Kondensators mit der Einheit 1 Farad (F) = 1 As/V = 1 C/V.

Die Kapazität von Kondensatoren in technischen Anwendungen ist sehr klein gemessen in dieser Einheit. Deshalb sind die Angaben der Kapazität in µF, nF, pF üblich.

2.6.1. Entladevorgang am Kondensator

Lade- und Entladevorgänge von Kondensatoren finden nie augenblicklich statt, da die Ladeströme (oder Entladeströme) stets über (Leitungs-) Widerstände fließen. Der Entladevorgang soll anhand von Abb. 1 (ohne Spule L !) beschrieben werden. Der Kondensator der Kapazität C, der auf eine Spannung U_0 aufgeladen ist, sei zunächst (für t<0) durch den offenen Schalter S abgetrennt. Die auf ihm gespeicherte Ladung Q_0 kann daher nicht abfließen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ werde der Schalter S geschlossen. Es kann nun ein Entladestrom I fließen, der von der Zeit abhängt. Die Kirchhoffschen Regeln gelten zu jedem Zeitpunkt. Nach der Maschenregel ist die Summe der Spannungen gleich Null,

$$U_C(t) + U_R(t) = 0 \tag{19}$$

mit der Bestimmungsgleichung der Kapazität $Q = C\, U_C$ und dem Ohmschen Gesetz $U_R= R\, I$ erhält man

$$\frac{Q(t)}{C} + R \cdot I(t) = 0 \tag{20}$$

Der Strom durch den Widerstand entlädt den Kondensator und führt in einer kurzen Zeitspanne Δt zu einer Ladungsänderung $\Delta Q = I\, \Delta t$ am Kondensator. Damit erhält man die Differentialgleichung

$$\frac{Q(t)}{C} + R \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta t} = 0 \quad \text{bzw.} \qquad Q(t) + RC \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta t} = Q(t) + RC \cdot \dot{Q}(t) = 0$$

mit der Lösung : $Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$.

Daraus folgt, dass die Ladung und damit auch die Spannung $U = Q/C$ exponentiell mit der Zeit abklingen. Das Produkt RC nennt man Zeitkonstante $\tau = RC$ des Abklingvorganges. Innerhalb der Zeit τ fällt die Anfangsspannung auf einen Wert von 1/e ≈ 37% des Anfangswertes ab.

3. Experiment

3.1. Geräte und Materialien

1 Platine
1 Oszillograph von Voltkraft
1 BNC- Messleitung mit Messspitze
1 BNC - Kabel
1 BNC Adapter
1 Multimeter
10 Laborkabel

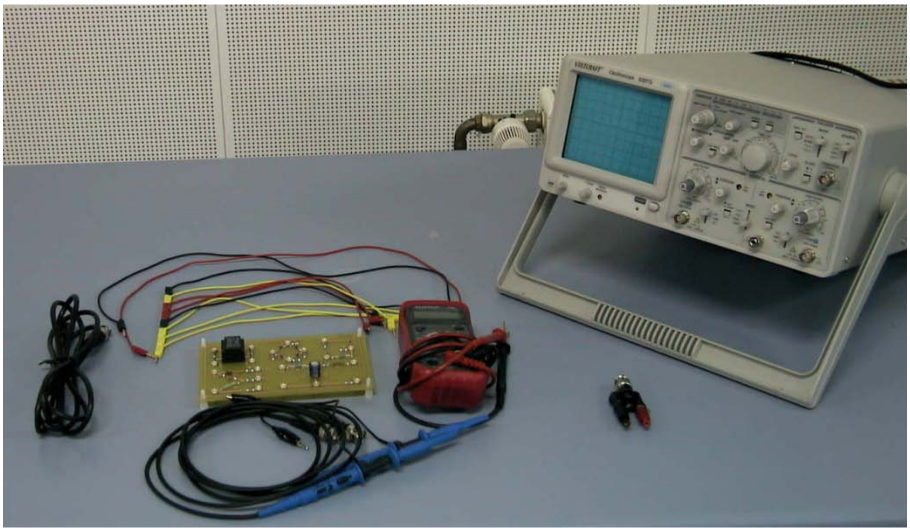


Abb. 3 Versuchsansicht

3.2. Versuchsaufbau

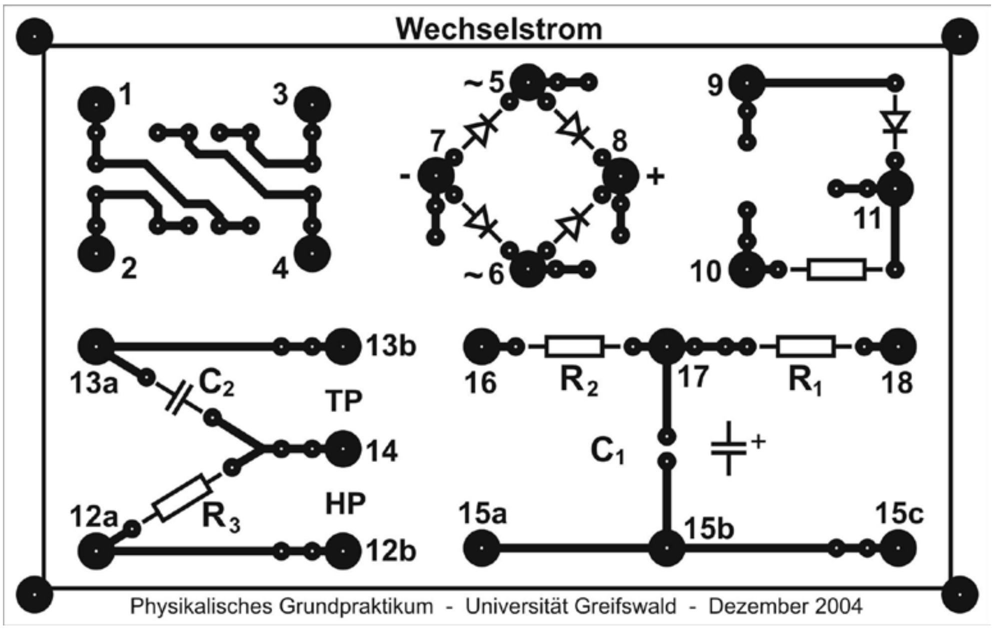


Abb. 4 Steckplatine zum Versuch

Auf der Steckplatine sind separat ein Transformator, eine Gleichrichter-Brücken-Schaltung, eine Diode mit Vorwiderstand, ein Hochpass/Tiefpass (HP/TP) sowie eine Widerstand-Kondensator-Kombination aufgebaut. Entsprechend der Aufgabenstellung sind die einzelnen Module zusammen zu fügen.

3.3. Messaufgaben

Zu 1. Bestimmung des Windungszahlverhältnisses N_S/N_P zwischen Sekundär- und Primärseite eines Transformators

Hierzu legen sie an den Punkten (1) und (2) eine Erregerspannung an (Abb.3). Die von Ihnen zu verwendende Erregerspannung ist ein Sinussignal des Frequenzgenerators, welches in der Amplitude und Frequenz verändert werden kann. Wählen Sie eine Frequenz im 1 kHz-Bereich (0,1 kHz ... 1 kHz) und legen Sie fünf verschiedene Spannungen an. Messen Sie das Ausgangsignal an den Punkten (3) und (4). Ihr Ein- und Ausgangssignal stellen sie mit Hilfe des Oszillographen im „Dual-Mode“ dar, und lesen die jeweiligen Spannungen ab.
Fertigen Sie eine Tabelle (Eingangssignal, Ausgangsignal, Windungsverhältnis) an, und berechnen Sie hieraus den Mittelwert des Windungsverhältnisses N_S/N_P.

Zu 2. Entladekurve eines Kondensators

Um einen Kondensator aufladen zu können, benötigt man eine Gleichspannung, die mittels einer Brückenschaltung von Gleichrichterdioden aus der angelegten Wechselspannung erzeugt wird.

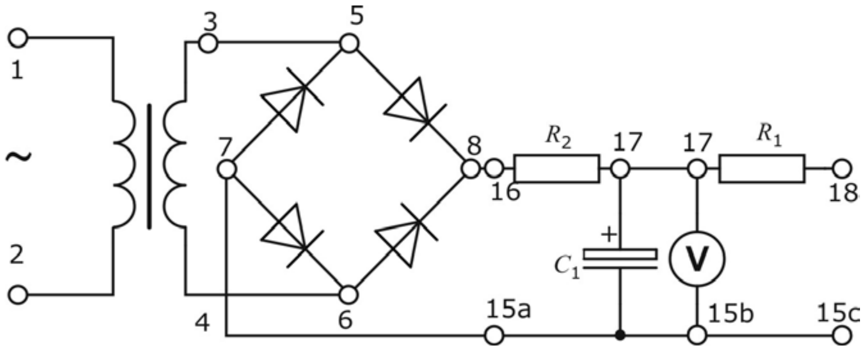


Abb.5 Messaufbau zur Bestimmung der Entladekurve des Kondensators

Zum Aufladen des Kondensators wird der Gleichrichterausgang ((7) und (8)) mit der Widerstand-Kondensator-Kombination (R_1, R_2 und C_1) gemäß Abb. 4 verbunden. Achten Sie darauf, dass der Kondensator einen vorgeschriebenen Pluspol besitzt.
Laden Sie zunächst den Kondensator über R_2 auf. Sie können den Ladezustand an einem parallel zum Kondensator geschalteten Voltmeter verfolgen! Nachdem der Kondensator aufgeladen ist, trennen Sie die Verbindung zum Gleichrichter. Jetzt entladen Sie den Kondensator über den Widerstand R_1 und messen den zeitlichen Verlauf der Spannung über dem Kondensator. In den ersten 10 Sekunden bestimmen Sie alle 2 Sekunden die Kondensatorspannung, später alle 5 Sekunden. (Tabelle: Zeit t, $U(t)$). Tragen Sie nun $\ln(U(t)/U(t=0))$ gegen t auf und bestimmen Sie die RC-Zeitkonstante dieser Schaltung.
(R_1= 200 kΩ ; Beachten Sie, dass das Voltmeter einen Innenwiderstand von 1 MΩ besitzt!)
Wie groß ist die Kapazität C_1 des Kondensators?

Zu 3. Messung des Durchlassverhaltens eines RC-Hoch- und Tiefpasses

Legen Sie eine Eingangswechselspannung U_e zwischen den Punkten (13a) und (12a) an und greifen Sie die Ausgangswechselspannung U_a zwischen den Punkten (14) und (12b) ab. Stellen Sie beide Spannungsverläufe mit dem Oszillographen dar. Messen Sie für 20 Frequenzwerte im Bereich 1 kHz…50 kHz die Spannungen U_e und U_a (Tabelle). Dabei wird die Frequenz am Eingang des Passes mit einem Digitalmultimeter gemessen. Stellen Sie das Spannungsverhältnis U_a/U_e als Funktion der Frequenz f grafisch in doppellogarithmischem Maßstab dar. Bestimmen Sie aus dem Diagramm die Grenzfrequenz f_g des Hochpasses und die Kapazität des Kondensators C_2. Den Wert des Widerstandes R_3 ermitteln Sie mit einem Multimeter.

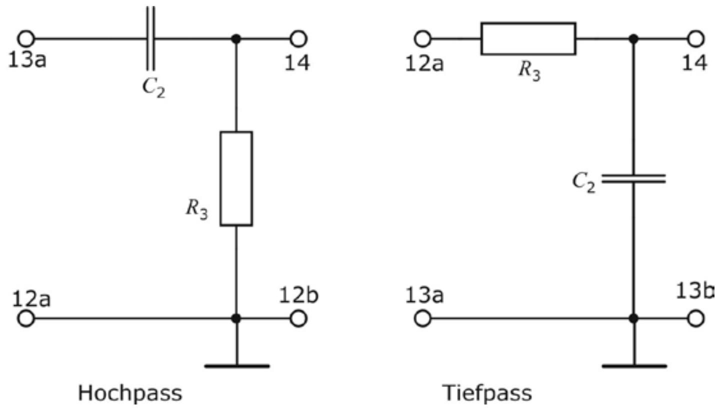


Abb. 6 Hoch- und Tiefpass

Anschließend werden die Anschlüsse (12a) und (13a) als Wechselstromeingänge gewählt. Der Ausgang befindet sich zwischen den Punkten (14) und (13b). Die Auswertung erfolgt wie oben beschrieben. Als **Grenzfrequenz** definiert man die Frequenz, bei der die Ausgangsspannung gegenüber der Eingangsspannung auf den Bruchteil

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707 \tag{21}$$

gesunken ist.