

Versuch M13 - Dichtebestimmung von Flüssigkeiten		
Name:		Mitarbeiter:
Gruppennummer:	lfd. Nummer:	Datum:

1. Aufgabenstellung

1.1. Versuchsziel

Bestimmen Sie die Dichte von Stoffen mit verschiedenen Messverfahren.

Verschaffen Sie sich Kenntnisse zu folgenden Schwerpunkten des Versuches:

- Dichte, Druck, Schweredruck
- Archimedisches Prinzip, Auftrieb

1.2. Messungen

1.2.1. Bestimmen Sie die Dichte einer Lösung und von destilliertem Wasser

- mit der MOHR-WESTPHALSchen Waage
- mit einer Senkspindel (Aräometer)
- mit dem Aräometer nach MUSSCHENBROEK (Experiment fünfmal durchführen).

1.2.2. Bestimmen Sie die Dichte von Bernstein mit Hilfe der Schwebemethode. Zur Herstellung der erforderlichen Salzlösung wird Leitungswasser verwendet. Am Ende wird die Dichte der Salzlösung mit der MOHR-WESTPHALSchen Waage ermittelt. Die Salzlösung ist anschließend zu entsorgen.

1.3. Auswertungen

Vergleichen Sie die Ergebnisse der verschiedenen Methoden zur Dichtemessung der beiden Flüssigkeiten. Welche Ursachen beeinflussen die Genauigkeit der Messungen?

Führen Sie insbesondere für das Aräometer nach MUSSCHENBROEK auf der Grundlage von Gl. (6) eine Fehlerrechnung durch (Fehlerfortpflanzungsgesetz).

1.4. Zusatzaufgabe

Eine Korkkugel (Durchmesser $d = 5$ cm, Dichte $\rho = 240$ kg m⁻³) wird 10 m unter der Wasseroberfläche losgelassen. Welche Auftriebskraft erfährt die Kugel?

2. Grundlagen

2.1. Dichtemessung

Die Dichte einer homogenen Substanz ist durch das Verhältnis ihrer Masse m und ihres Volumens V definiert:

$$\rho = \frac{m}{V} . \quad (1)$$

Es gibt folgende Möglichkeiten der Dichtebestimmung von Körpern und Flüssigkeiten:

- Bestimmung der Masse durch Wägung und Volumenbestimmung aus den Abmessungen bei einfacher geometrischer Gestalt des Körpers bzw. mittels Messzylinder bei Flüssigkeiten.
- Bestimmung der Masse durch Wägung und Volumenbestimmung durch Messung des Auftriebes, den der Körper in einer Flüssigkeit bekannter Dichte erfährt (Prinzip der hydrostatischen Waage).
- Bestimmung des Auftriebes, den ein definierter Senkkörper in einer Flüssigkeit unbekannter Dichte erfährt (Prinzip der MOHR-WESTPHALSchen Waage).
- Vergleich der hydrostatischen Drücke zweier Flüssigkeitssäulen, wenn die Dichte einer Flüssigkeit bekannt ist (Aräometer von MUSSCHENBROEK).

2.1.1. Archimedisches Prinzip, hydrostatischer Druck und Auftriebskraft

In einer der Schwerkraft ausgesetzten Flüssigkeit (Abb. 1) wirkt in der Tiefe h unter der Oberfläche ein Druck p , der sich aus dem äußeren Luftdruck p_L und dem Schweredruck p_S , den die Flüssigkeitssäule in der Tiefe über einer Fläche A durch ihre Gewichtskraft F_G ausübt, zusammensetzt:

$$p = p_L + p_S \quad \text{mit} \quad p_S = \frac{F_G}{A} = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{\rho_{Fl} \cdot A \cdot h \cdot g}{A} = \rho_{Fl} \cdot h \cdot g \quad (2)$$

(ρ_{Fl} - Dichte der Flüssigkeit, g - Fallbeschleunigung).

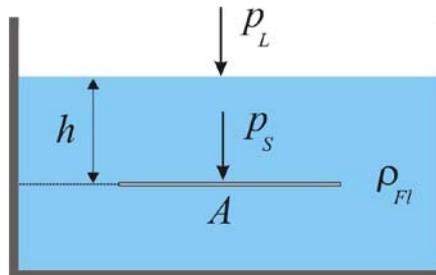


Abb.1 Zur Erläuterung der Druckverhältnisse in einer Flüssigkeit.

Der Druck ist kein Vektor. Er wirkt nach allen Richtungen gleich und verursacht dadurch an jeder Fläche, an die er angreift, eine Kraftwirkung (Druckkraft), die bei ruhender Flüssigkeit senkrecht zu dieser Fläche gerichtet ist. Auf einen eingetauchten Körper wirken daher unterschiedliche Druckkräfte auf seine Boden-, Deck- und Seitenflächen, da ihre Abstände zur Flüssigkeitsoberfläche verschieden sind (Abb. 2). Dabei heben sich die Seitendruckkräfte auf. Die Druckkräfte auf Boden- und Deckfläche des Körpers unterscheiden sich jedoch, so dass unter Berücksichtigung von Gl.(2) eine aufwärts gerichtete Kraft, die Auftriebskraft F_A , resultiert:

$$\begin{aligned} F_A &= p_2 \cdot A - p_1 \cdot A = \rho_{Fl} \cdot (h_2 - h_1) \cdot A \cdot g \\ &= \rho_{Fl} \cdot V_K \cdot g \end{aligned} \quad (3)$$

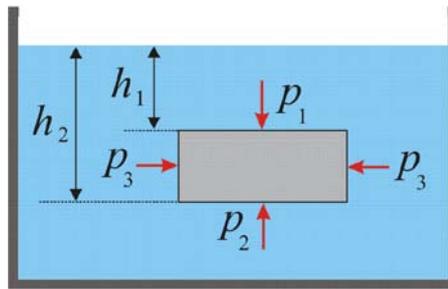


Abb. 2 Darstellung der durch den hydrostatischen Druck verursachten Kraftwirkungen an einem Körper zur Erläuterung des *Archimedischen Prinzips*.

Der Körper verdrängt mit seinem Volumen V_K entsprechend viel Flüssigkeit. Multipliziert man dieses Verdrängungsvolumen mit der Dichte der Flüssigkeit, so ergibt sich die Masse der verdrängten Flüssigkeitsmenge. Daher entspricht die vom Körper erfahrene Auftriebskraft (kurz Auftrieb) nach Gl.(3) dem Gewicht der vom Körper verdrängten Flüssigkeitsmenge. Dieses Gesetz ist auch als *Archimedisches Prinzip* bekannt.

2.1.2. Dichtemessung durch Kompensation der Auftriebskraft

Schwimmt ein Körper, so wirkt einerseits die Gewichtskraft F_G , welche ihn nach unten zieht, und andererseits die nach oben gerichtete Auftriebskraft F_A , d.h., der Körper taucht nur soweit in die Flüssigkeit ein, bis sich beide Kräfte kompensieren (Abb. 3).

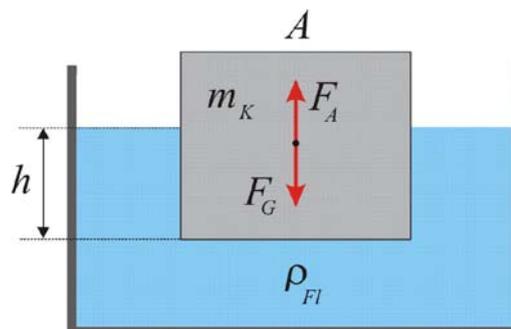


Abb. 3 An einem schwimmenden Körper wirkende Gewicht- und Auftriebskraft.

Daher gilt unter Berücksichtigung von Gl. (3):

$$F_A = F_G \rightarrow \rho_{Fl} \cdot A \cdot h \cdot g = m_K \cdot g$$

$$\text{d.h. } \rho_F(h) = \frac{m_K}{A} \cdot \frac{1}{h} = \text{const.} \cdot \frac{1}{h} . \quad (4)$$

Das bedeutet, dass eine Messung der Eintauchtiefe h des Körpers und die Kenntnis seiner konstanten Parameter A und m_K eine Bestimmung der Flüssigkeitsdichte ρ_{FL} ermöglicht.

Die Auftriebskraft ist auch die Ursache dafür, dass sich das Gewicht eines vollständig eingetauchten Körpers scheinbar reduziert, was z.B. mit einer Waage festgestellt werden kann (Abb. 4). Für die in Abb. 4 dargestellte Anordnung gilt:

$$m \cdot g = F_G - F_A \rightarrow m \cdot g = m_K \cdot g - \rho_{Fl} \cdot V_K \cdot g$$

$$\text{d.h. } \rho_F(m) = \frac{m_K - m}{V_K} . \quad (5)$$

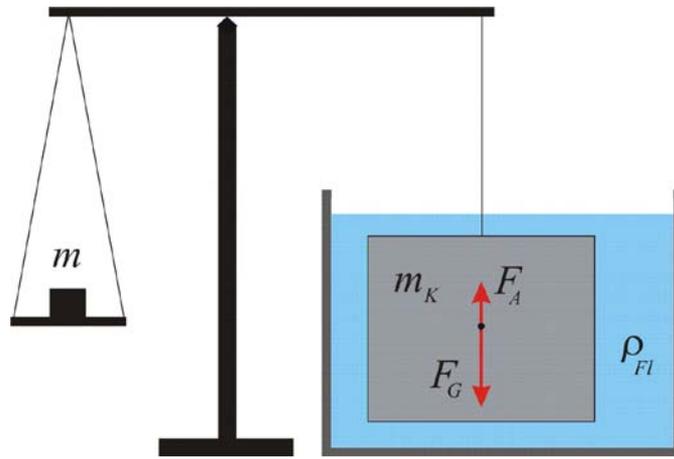


Abb. 4 Scheinbares Gewicht eines eingetauchten Körpers, gemessen mit einer Waage.

In diesem Fall kann die Dichte der Flüssigkeit ρ_{FL} nach Gl. (5) durch Bestimmung der Masse m , bei der sich der Balkenwaagen im Gleichgewicht befindet, und Kenntnis von Volumen V_K und Masse m_K des eingetauchten Körpers ermittelt werden.

2.1.3. Dichtemessung durch Bestimmung der Steighöhe einer Flüssigkeit

Wird eine Flüssigkeit mit einer Röhre (z.B. Trinkhalm) „angesaugt“, so steigt in ihrem Inneren bekanntlich eine Flüssigkeitssäule auf. Der eigentliche physikalische Vorgang besteht jedoch darin, dass mit dem „Ansaugen“ Luft aus der Röhre entfernt und somit ein Unterdruck p_U erzeugt wird. Daraufhin bewirkt der äußere Luftdruck p_L ein Ansteigen der Flüssigkeitssäule, solange, bis deren Schweredruck die Differenz zwischen äußerem und innerem Luftdruck ausgleicht, d.h., die Flüssigkeit wird gewissermaßen „hochgedrückt“.

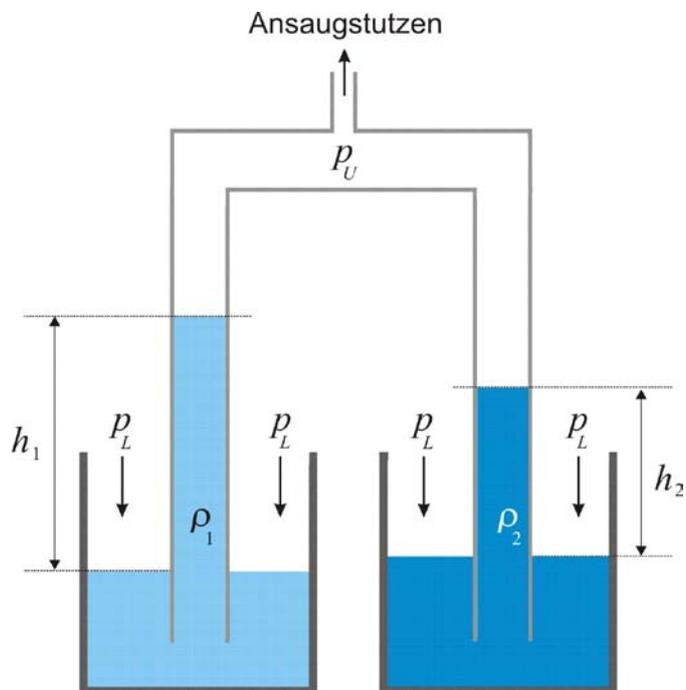


Abb. 5 Aufsteigen zweier Flüssigkeitssäulen unterschiedlicher Dichte in kommunizierenden Röhren.

Ausgehend von der Darstellung in Abb. 5 gilt für die Druckbilanz

$$p_L - p_U = \rho_1 \cdot h_1 \cdot g = \rho_2 \cdot h_2 \cdot g \quad \rightarrow \quad \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2}{h_1} . \quad (6)$$

Ist demzufolge die Dichte einer Flüssigkeit (z.B. ρ_1 destilliertes Wasser) bekannt, so ist die Dichte der anderen unbekanntes Flüssigkeit durch Messung beider Steighöhen unter Anwendung von Gl. (6) bestimmbar.

3. Experiment

3.1. Geräte und Materialien

- MOHR-WESTPHALSchen Waage mit Reitern (Metallgewichten)
- Aräometer nach MUSSCHENBROEK (Vorrichtung mit 2 kommunizierenden Röhren)
- Aräometer (Senkspindel)
- Messbecher
- Flasche mit destilliertem Wasser
- Flasche mit Salzlösung unbekannter Dichte
- Körper aus Bernstein
- Kochsalz zur Herstellung von Lösungen unterschiedlicher Dichte

3.1.1. MOHR-WESTPHALSche Waage

Die MOHR-WESTPHALSche Waage besteht aus zwei ungleichen Hebelarmen (Abb. 6). Der lange Hebelarm trägt 10 äquidistante Kerben. An der Stelle der 10. Kerbe hängt ein Senkkörper an einem dünnen Draht. Die Waage muss zu Beginn der Messungen so justiert sein, dass sie sich bei Belastung mit dem sauberen und trockenen Senkkörper in Luft in der Gleichgewichtslage befindet. Dabei müssen sich die feste und die bewegliche Spitze gegenüberstehen.

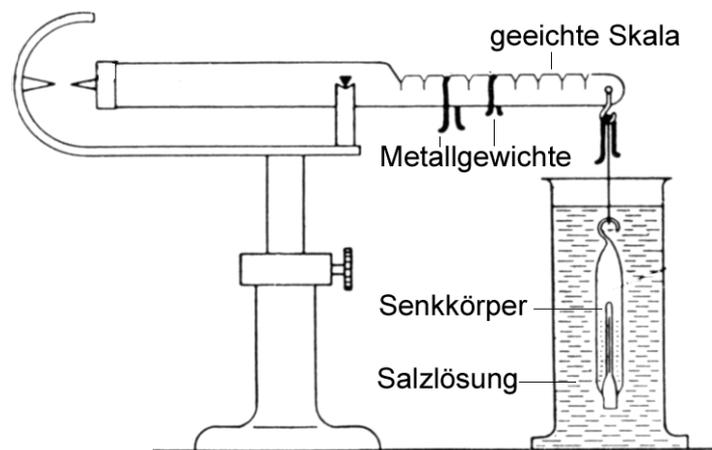


Abb. 6 Schematische Darstellung der MOHR-WESTPHALSchen Waage.

Zur Waage gehören Reiter (Metallgewichte), deren Massen sich wie 1:10:100 verhalten, wobei die Masse des größten Reiters so gewählt wurde, dass er die Waage ins Gleichgewicht bringt, wenn er bei Kerbe 10 (Befestigung des Senkkörpers) aufgehängt wird und der Senkkörper vollständig in destilliertes Wasser von 4°C eintaucht. Das bedeutet, er zeigt in dieser Stellung die Dichte $\rho = 1,000 \text{ g/cm}^3$ an. Nach dem Hebelgesetz entspricht demzufolge die Stellung des größten Reiters z.B. bei Kerbe 7 im Gleichgewichtsfall einer Dichte $\rho = 0,700 \text{ g/cm}^3$ usw..

Bei Benutzung der drei verschiedenen Reiter ergibt sich somit schnell und unmittelbar die Dichte der unbekanntenen Flüssigkeit zu

$$\rho = 0,1 \cdot n_1 + 0,01 \cdot n_2 + 0,001 \cdot n_3 , \quad (7)$$

wobei n_1 , n_2 und n_3 die Reiterstellungen des größten, mittleren und kleinsten Reiters bei austarierter Waage bedeuten. Sind z.B. $n_1 = 9$, $n_2 = 7$ und $n_3 = 4$, so ergibt sich für die Dichte der Wert $\rho = 0,974 \text{ g/cm}^3$. Die Temperatur der Flüssigkeit kann am Thermometer des Senkkörpers abgelesen werden.

Bei der **Schwebemethode** macht man Gebrauch von der Tatsache, dass ein homogener Festkörper der Masse m_K und Dichte ρ_K in einer Flüssigkeit der Dichte ρ_{Fl} schwebt, wenn das Körpergewicht dem Auftrieb entspricht, den er in der Flüssigkeit erfährt, d.h.

$$m_K \cdot g = \rho_K \cdot V_K \cdot g = \rho_{Fl} \cdot V_K \cdot g \quad \rightarrow \quad \rho_K = \rho_{Fl} \quad . \quad (8)$$

Wird eine Lösung hergestellt, deren Dichte derjenigen des festen Körpers entspricht, so kann man die Dichte der Flüssigkeit mit der Mohr-Westphalschen Waage messen und somit die Dichte des Körpers ermitteln. Hierzu benutzt man eine konzentrierte Kochsalzlösung, die man solange vorsichtig verdünnt, bis der Körper in ihr schwebt.

3.1.2. Aräometer nach MUSSCHENBROEK

Das Aräometer nach MUSSCHENBROEK entspricht der in Abschnitt 2.1.3 beschriebenen Steighöhenmethode. Es eignet sich für die Dichtemessung mischbarer Flüssigkeiten.

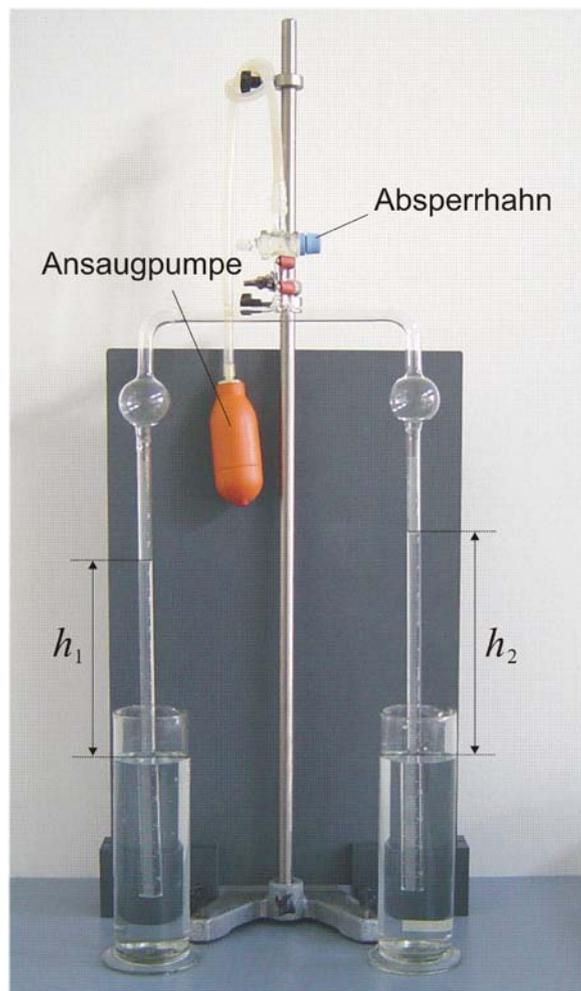


Abb. 7 Aräometer nach MUSSCHENBROEK

Mit der Ansaugpumpe (Gummiballon) wird aus dem Rohr ein Teil der Luft entfernt, worauf der Absperrhahn zu schließen ist. Der äußere Luftdruck bewirkt das Aufsteigen beider Flüssigkeitssäulen. Die Höhen h_1 und h_2 der Flüssigkeitssäulen können mittels identischer Skalen, mit denen beide Röhren versehen sind, gemessen werden.

3.1.3. Aräometer

Aräometer dienen zur Dichtemessung von Flüssigkeiten. Sie finden häufig bei Routinemessungen Anwendung (Fettgehalt von Milch, Säurekonzentration in Akkumulatoren usw.).

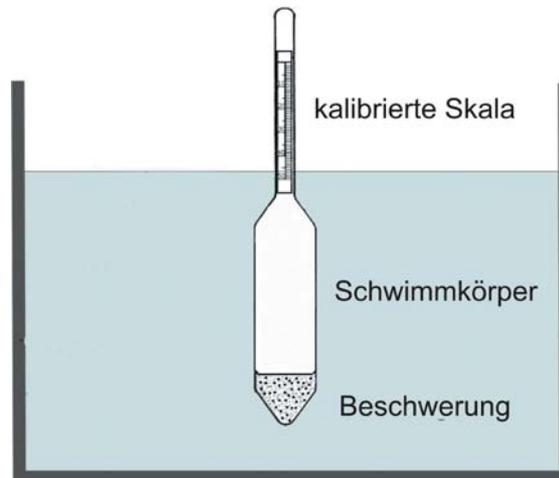


Abb. 8 Aräometer (Senkspindel).

Sie bestehen aus einem spindelförmigen Schwimmkörper definierter Masse, der in Abhängigkeit von der Flüssigkeitsdichte unterschiedlich tief eintaucht (Abb. 8). Die Gleichgewichtsbedingung ist erfüllt, wenn das Gewicht des Aräometers dem Auftrieb entspricht, den das teilweise eingetauchte Aräometer durch die Flüssigkeit erfährt. D.h. je größer die Dichte der Flüssigkeit ist, umso geringer ist entsprechend Gl. (4) die Eintauchtiefe. Dabei kann die Dichte der Flüssigkeit bzw. die Konzentration in Gewichts-Prozent direkt an einer geeichten Skala abgelesen werden.

3.2. Hinweise zum Experimentieren und Auswerten

Bitte, arbeiten Sie sauber und schütten Sie die Flüssigkeiten nach ihrem Gebrauch in die richtige Flasche zurück.

Gehören beim Austarieren der MOHR-WESTPHALSche Waage mehr als ein Reiter in dieselbe Kerbe, so hängt man am besten den kleineren Reiter an den größeren.

Die Skalenteile der Steigröhren des Aräometers nach MUSSCHENBROEK entsprechen keinem definierten Längenmaß. Das ist nicht weiter problematisch, denn in die Berechnungsformel Gl. (6) geht nur das Verhältnis beider Höhen ein.

Bei der Handhabung des Aräometers, insbesondere beim Eintauchen, ist Vorsicht erforderlich. Der gläserne Spindelkörper kann vertikale Schwingungen ausführen, bevor er die Gleichgewichtslage einnimmt. Daher besteht bei Bodenberührung **Bruchgefahr!**

4. Literatur

Haas: Physik für Pharmazeuten und Mediziner.

Grimsehl: Lehrbuch der Physik.

Illberg: Physikalisches Praktikum für Anfänger.

Walcher: Praktikum der Physik.