

Versuch M24 - Hydrostatische Waage		
Namen:		
Gruppennummer:	Betreuer:	Datum:

1. Aufgabenstellung

1.1. Versuchsziel

Bestimmen Sie mit einer hydrostatischen Waage die Dichten verschiedener Stoffe.

Verschaffen Sie sich Kenntnisse zu folgenden Schwerpunkten des Versuches:

- Dichte, Druck, Schweredruck
- Archimedisches Prinzip, Auftrieb
- Möglichkeiten zur Bestimmung der Dichte von Stoffen bei unterschiedlichen Aggregatzuständen
- Wirkungsweise einer hydrostatischen Waage

1.2. Messungen

- 1.2.1. Messen Sie mittels Hydrostatischer Waage die Massen der drei Körper in Luft und in Wasser jeweils mindestens vier Mal.
- 1.2.2. Bestimmen Sie das Volumen und die Masse mindestens eines Körpers auf alternative Weise.

1.3. Auswertungen

- 1.3.1. Aus den Werten, welche mittels Hydrostatischer Waage bestimmt wurden: Bestimmen Sie die Dichten der drei Körper nach Gl. (7) sowie deren Messunsicherheit nach Gl. (8). Geben Sie die Ergebnisse mit einem 68% Konfidenzintervall an und vergleichen Sie diese mit Literaturwerten.
- 1.3.2. Bestimmen Sie die Dichte mindestens eines Körpers unter Nutzung einer alternativen Messweise. Vergleichen Sie die Ergebnisse sowie die Messunsicherheiten mit den Resultaten, die Sie über die Hydrostatische Waage ermittelt haben.

1.4. Zusatzaufgabe

Eine Korkkugel (Durchmesser 5 cm, Dichte $\rho = 240 \text{ kg m}^{-3}$) wird 10 m unter der Wasseroberfläche losgelassen. Welche Auftriebskraft erfährt die Kugel?

2. Grundlagen

2.1. Dichtemessung

Die Dichte ρ einer homogenen Substanz ist durch das Verhältnis ihrer Masse m und ihres Volumens V definiert:

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (1)$$

Hieraus resultieren folgende Möglichkeiten der Dichtemessung:

- Massebestimmung durch Wägung und Volumenbestimmung aus den Abmessungen bei einfacher geometrischer Gestalt bzw. mittels Mensur bei Flüssigkeiten.
- Masse- und Volumenbestimmung durch Verdrängung.
- Masse- und Volumenbestimmung über die Messung des Auftriebes, den der Körper in einer Flüssigkeit bekannter Dichte erfährt (hydrostatische Waage) bzw. den ein definierter Senkkörper in einer Flüssigkeit unbekannter Dichte erleidet (MOHR-WESTPHALSche Waage).
- Vergleich der hydrostatischen Drücke zweier Flüssigkeitssäulen, wenn die Dichte einer Flüssigkeit bekannt ist (Litrameter).

2.1.1. Hydrostatischer Druck und Auftriebskraft

In einer der Schwerkraft ausgesetzten Flüssigkeit wirkt in der Tiefe h unter der Oberfläche ein hydrostatischer Druck (s. Abb. 1), der sich aus dem äußeren Luftdruck p_0 und dem Schweredruck p_s zusammensetzt

$$p = p_0 + p_s. \quad (2)$$

Der Schweredruck p_s entspricht der auf eine Fläche A bezogenen Gewichtskraft $F_G = m_{\text{Fl}} \cdot g$, welche durch die darüber befindliche Flüssigkeitssäule mit der Masse m_{Fl} bzw. dem Volumen $V_{\text{Fl}} = A \cdot h$ und der Dichte ρ_{Fl} verursacht wird (g - Fallbeschleunigung), d.h.

$$p_s = \frac{F_G}{A} = \frac{m_{\text{Fl}} \cdot g}{A} = \frac{\rho_{\text{Fl}} \cdot V_{\text{Fl}} \cdot g}{A} = \frac{\rho_{\text{Fl}} \cdot A \cdot h \cdot g}{A} = \rho_{\text{Fl}} \cdot h \cdot g. \quad (3)$$

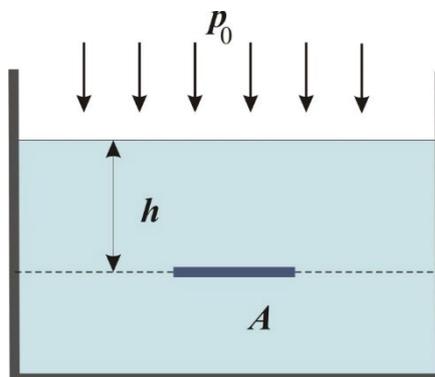


Abb.1 Zur Erläuterung des hydrostatischen Druckes.

An einem vollständig eingetauchten Körper äußert sich der hydrostatische Druck als Druck p_2 auf die Bodenfläche, als Druck p_1 auf die Deckfläche und als Seitendruck p_3 (s. Abb. 2). An einem prismatischen Körper ist leicht einzusehen, dass sich die Seitendruckkräfte in ihrer Wirkung aufheben. Bei unregelmäßigen Körperformen ist eine Komponentenzerlegung der Druckkräfte vorzunehmen. Das Ergebnis ist dasselbe.

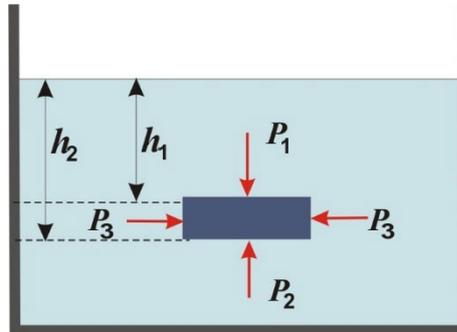


Abb. 2 Zur Erläuterung des Auftriebes.

Daher resultiert nach Gl. (3) aus der Differenz der Druckkräfte auf die Boden- und Deckfläche des Körpers eine Auftriebskraft F_A , die der Gewichtskraft entgegenwirkt:

$$F_A = A \cdot (p_2 - p_1) = \rho_{F1} \cdot A \cdot (h_2 - h_1) \cdot g = \rho_{F1} \cdot V_K \cdot g = m_A \cdot g \quad (4)$$

(V_K - Volumen des Körpers, m_A - Masse der vom Körper verdrängten Flüssigkeit).

Dieser Zusammenhang ist auch als *Archimedisches Prinzip* bekannt, welches besagt, dass die Auftriebskraft eines Körpers in einem Medium der Gewichtskraft des vom Körper verdrängten Mediums entspricht.

2.1.2. Prinzip der Hydrostatischen Waage

Das *Archimedische Prinzip* ermöglicht die Bestimmung der Dichte unregelmäßig geformter Festkörper. Es findet bei der hydrostatischen Waage Anwendung (Abb. 3).

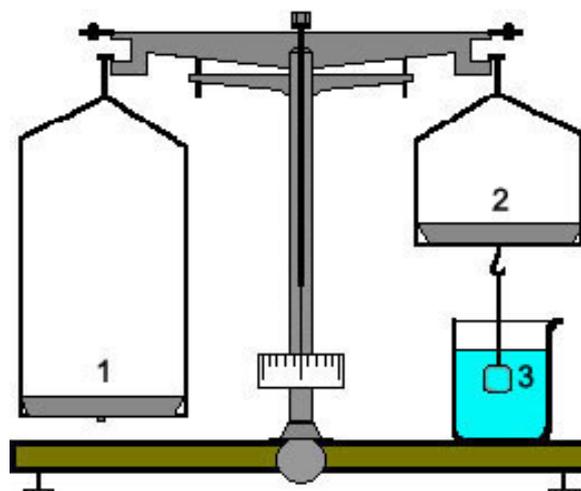


Abb. 3 Schematische Darstellung der hydrostatischen Waage.

Nach dem Austarieren der unbelasteten Waage wird der betreffende Körper zunächst auf die Waagschale (2) gelegt und seine Masse m_K mittels auf die Waagschale (1) gelegter Vergleichsmassen bestimmt. Es gilt:

$$F_G = m_K \cdot g$$

Daraufhin erfolgt eine Wägung des Körpers, nachdem er vollständig in ein mit einer Flüssigkeit gefülltes Becherglas eingetaucht ist (Position 3). In diesem Fall wird das Gewicht des Körpers F_G scheinbar durch die Auftriebskraft F_A vermindert. Die scheinbare Masse m_S wird ermittelt, indem der scheinbare Gewichtsverlust des Körpers durch das Gewicht zusätzlich aufgelegter Massestücke auf die Waagschale (2) oder durch Wegnahme entsprechender Massestücke von der Waagschale (1) kompensiert wird. Es gilt:

$$F_S = F_G - F_A \quad \rightarrow \quad m_S \cdot g = m_K \cdot g - \rho_{Fl} \cdot V_K \cdot g \quad \rightarrow \quad m_S = m_K - \rho_{Fl} \cdot V_K . \quad (5)$$

Nach Gl. (5) entspricht die Differenz der beiden Massenwerte $m_K - m_S$ der Masse der vom Körper verdrängten Flüssigkeitsmenge m_A :

$$m_K - m_S = \rho_{Fl} \cdot V_K = m_A \quad \text{d.h.} \quad V_K = \frac{m_A}{\rho_{Fl}} . \quad (6)$$

Entsprechend der Definition der Dichte gilt damit schließlich eine Beziehung, welche die Berechnung der Dichte des Körpers mit Kenntnis der Massenwerte m_K und m_A sowie der Dichte der verwendeten Flüssigkeit ρ_{Fl} ermöglicht:

$$\rho_K = \frac{m_K}{V_K} \quad \text{bzw.} \quad \rho_K = \frac{m_K \cdot \rho_{Fl}}{m_A} . \quad (7)$$

3. Versuchsaufbau sowie Hinweise zur Durchführung und Auswertung

3.1. Geräte und Materialien



Abb. 4 Experimentelle Anordnung der Hydrostatischen Waage.

Zur Verfügung stehen neben der Hydrostatischen Waage zwei Wägesätze mit einer Vielzahl von Einzelgewichten, drei verschiedene Probenkörper sowie Pinzetten (Abb. 4). Weiteres Equipment zur Bestimmung der Dichten mittels alternativer Messmethoden kann auf Anfrage bereitgestellt werden.

3.2. Hinweise zur Versuchsdurchführung

Die unbelastete Waage wird zu Beginn des Experimentes mit Unterstützung eines Betreuers austariert.

Um ein Aushängen der Waage zu vermeiden, ist diese stets zwischen den Messungen zu arretieren.

3.3. Hinweise zur Berechnung der Messunsicherheiten

Ausgehend von Gl. (7) folgt mit dem Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$\bar{s}_{\rho_K} = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho_K}{\partial m_K} \cdot \bar{s}_{m_K}\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho_K}{\partial m_A} \cdot \bar{s}_{m_A}\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho_K}{\partial \rho_{F1}} \cdot \Delta \rho_{F1}\right)^2}$$
$$\Delta \rho_K = k_{p,N} \cdot \bar{s}_{\rho_K} \quad . \quad (8)$$

Zur Berechnung der Messunsicherheit der Dichte $\Delta \rho_K$ sind zunächst die Standardabweichungen der Mittelwerte für die Massen \bar{s}_{m_K} und \bar{s}_{m_A} zu ermitteln.

Für die Dichte des destillierten Wassers findet man entsprechende Tabellenwerte. Bei der Abschätzung der Messunsicherheit $\Delta \rho_{F1}$ ist jedoch zu beachten, dass ρ_{F1} temperaturabhängig ist. Gegebenenfalls ist zu entscheiden, ob der dritte Term der Standardabweichung berücksichtigt werden muss.

Der Korrekturfaktor $k_{p,N}$ ist entsprechend des gewünschten Vertrauensbereiches und der Anzahl der Einzelmessungen N zu wählen. Bei 4 Messwerten und einer Konfidenz p von 68% beträgt $k_{p,N} = 1,20$.

Geben Sie ihre gerundeten Endergebnisse unter Berücksichtigung der signifikanten Stellen in folgender Form an: $\bar{\rho}_K \pm \Delta \rho_K$.

4. Literatur

Haas: Physik für Pharmazeuten und Mediziner.

Grimsehl: Lehrbuch der Physik.

Walcher: Praktikum der Physik.