Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald / Institut für Physik
Physikalisches Grundpraktikum

<table>
<tr><td colspan="3">Praktikum für Physiker</td></tr>
<tr><td colspan="3">Versuch M6: Erzwungene Drehschwingungen (POHLsches Rad)</td></tr>
<tr><td>Name:</td><td>Versuchsgruppe:</td><td>Datum:</td></tr>
<tr><td colspan="2">Mitarbeiter der Versuchsgruppe:</td><td>lfd. Versuchs-Nr:</td></tr>
</table>

Aufgabe Untersuchen Sie die Drehschwingungen des gekoppelten Systems mit Dämpfung in der Umgebung der Resonanz.

Physikalische Schwerpunkte des Versuches

- freie und erzwungene Schwingungen, Kopplung, Resonanz, Dämpfung
- Begriffe und Kenngrößen zur Beschreibung des Schwingungsvorgangs
- Drehschwingungen: Analogie von Translation und Rotation

Versuchsablauf

1. Messungen

1.1. Erfassen Sie tabellarisch mehrere aufeinander folgende Amplituden A_i (in Skt) der freien Drehschwingung (d.h. bei stehendem Motor) für Stromstärken der Wirbelstrombremse $I_m = 0\,\mathrm{mA}, 100\mathrm{mA}, 200\mathrm{mA}, ..., 600\mathrm{mA}$.

1.2. Messen Sie die stationären Amplituden A (in Skt) bei Erregerfrequenzen von $f = 0{,}3\,\mathrm{Hz}$; $0{,}4\,\mathrm{Hz}$; ...; $0{,}7\,\mathrm{Hz}$ jeweils bei Stromstärken der Wirbelstrombremse $I_m = 0\,\mathrm{mA}$, $300\mathrm{m\ A}$, $400\mathrm{mA}$ sowie $600\mathrm{mA}$.

Gleichzeitig sind die den Erregerfrequenzen f zugeordenten Spannungen U_x des Erregermotors zu messen. Erfassen Sie die Größen U_x, A, T und f tabellarisch.

2. Berechnungen und Auswertungen

2.1. Berechnen Sie das logarithmische Dekrement Λ und die Dämpfungskonstante k aus den Messungen zu 1.1. Komplettieren Sie die begonnene Tabelle.
Stellen Sie in einem gemeinsamen Diagramm $\Lambda(I_m)$ und $k(I_m)$ dar. Berechnen Sie die Zeitkonstante $k^* = 1/k$ und erläutern Sie deren Bedeutung.

2.2. Stellen Sie den Frequenzgang der Amplitude $A(f)$ (Parameter: I_m) und die Frequenzkennlinie des Erregermotors $f(U_x)$ dar (Messungen zu 1.2).

3. Zusatzaufgabe

Berechnen Sie den Amplitudengang $A(f)$ und den Phasengang $\Psi(f)$ im vorgegebenen Frequenzbereich nach Gl.(10) und Gl.(11). Stellen Sie die Ergebnisse graphisch dar. Die erforderliche Resonanzfrequenz entnehmen Sie dem unter 2.2 ermittelten Frequenzgang der Amplitude. Außerdem verwenden Sie für die Rechnung $\frac{M_0}{J} = 6$ und $\frac{R}{J} = 0{,}1$ bzw. $0{,}2$; $0{,}4$; $0{,}7$.

Vergleichen Sie die Resultate mit den experimentell ermittelten Werten.

Physikalische Grundlagen

Der als Praktikumsgerät zur Verfügung stehende "*Pohlsche Schwingungsapparat*" dient zur Untersuchung der Resonanzerscheinungen bei erzwungenen mechanischen Schwingungen, insbesondere können der Frequenzgang der Amplitude bei verschiedenen Dämpfungsgraden gemessen und der Frequenzgang der Phase qualitativ geschätzt werden. Ohne äußeres Drehmoment kann das Drehpendel freie gedämpfte harmonische Schwingungen ausführen. In diesem Fall enthält die Bewegungsgleichung (hier als Drehmomentengleichung geschrieben) einen Trägheitsterm, einen Reibungsterm und einen Rückstellterm:

$$J\ddot{\varphi} + R\dot{\varphi} + D\varphi = 0 \tag{1}$$

φ Ausschlagswinkel	R Reibungskonstante
J Trägheitsmoment	D Direktionsmoment

Für die Anfangsbedingungen $\varphi = \varphi_o$ und $\dot{\varphi} = 0$ für $t = 0$ lautet die Lösung:

$$\varphi(t) = \varphi_0 \exp(-\frac{R}{2J}t)\cos\left(\sqrt{\frac{D}{J} - \frac{R^2}{4J^2}}\; t\right) \quad , \tag{2}$$

die eine gedämpfte harmonische Drehschwingung mit der Kreisfrequenz

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{J} - \frac{R^2}{4J^2}} \tag{3}$$

und der Dämpfungskonstante $k = R/2J$ beschreibt, solange gilt:

$$D/J > R^2/4J^2 \quad . \tag{4}$$

Im ungedämpften Fall ($R = 0$) würde sich die harmonische Schwingung

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos\left(\sqrt{\frac{D}{J}}\; t\right) \tag{5}$$

mit der Eigenfrequenz $\omega_0 = \sqrt{D/J}$ ergeben.

Nach einer Periodendauer T reduziert sich infolge der Dämpfung die Amplitude gemäß dem Faktor exp(- RT/2J) ; das Verhältnis zweier aufeinander folgender Amplituden (auf der gleichen Seite!) ist somit gegeben durch:

$$A_1 \,/\, A_2 = \exp(+\frac{R}{2J}T) = \exp\Lambda \quad . \tag{6}$$

Zur Charakterisierung der Stärke der Dämpfung benutzt man das "logarithmische Dekrement"

$$\Lambda = \ln(A_1 \,/\, A_2) = k\; T \quad . \tag{7}$$

Bei periodischer Erregung des Drehpendels durch ein äußeres Drehmoment $M = M_0 \cos\omega t$ entsteht eine "erzwungene harmonische Schwingung", die folgender Bewegungsgleichung genügt:

$$J\ddot{\varphi} + R\dot{\varphi} + D\varphi = M_0 \cos\omega t \tag{8}$$

Nach hinreichender Einschwingzeit stellt sich eine Schwingung

$$\varphi(t) = A\cos(\omega t - \psi) = A\cos(2\pi\, f\; t - \psi) \tag{9}$$

mit der Erregerfrequenz f ,

der Amplitude
$$A = \frac{M_0 \,/\, J}{\sqrt{(\omega_0{}^2 - \omega^2)^2 + \frac{R^2}{J^2}\omega^2}} \tag{10}$$

und der Phasenverschiebung
$$\psi = \arctan\frac{\omega R}{J(\omega_0{}^2 - \omega^2)} \tag{11}$$

gegenüber dem Erregermoment ein.

Versuchsaufbau

Das Drehpendel (“Pohlsches Rad”) besteht aus einer kugelgelagerten Kupferscheibe. Die harmonische Anregung zu Schwingungen erfolgt durch einen Gleichstrom-Getriebemotor, dessen Drehzahl im Drehzahlbereich 0 ... 80 U/min (d.h. 0 ... 1,3 Hz) feinfühlig einstellbar ist. Die periodische Anregung wird mittels eines Exzenters und einer Stange vom Motor auf einen Hebel übertragen, der mit dem äußeren Ende einer Spiralfeder verbunden ist, während das innere Ende dieser Feder nahe der Resonator-Drehachse angreift. An das obere Buchsenpaar ist eine Gleichspannung U = 20V anzulegen, die von einem Gleichspannungsnetzgerät bereitgestellt wird. Die eigentliche Motorbetriebsspannung U_x wird manuell mittels zweier Potentiometer ("grob" und "fein") am Motorgehäuse feinfühlig eingestellt. Sie steht in einem linearen Zusammenhang mit der gewünschten Erregerfrequenz (Drehzahl des Exzenters). Diese Spannung U_x kann an dem unteren Buchsenpaar am Motorgehäuse mit einem Voltmeter gemessen werden.

Während des Versuches wird die Erregerfrequenz *f* allerdings mit der Stoppuhr bestimmt. Die Frequenzkennlinie des Motors ergibt sich aus der Auswertung der experimentellen Daten.
Mit Hilfe einer Wirbelstrombremse können verschiedene Dämpfungsgrade eingestellt werden, je nach Wahl der Stromstärke des Elektromagneten (I_m = 0, ... , 600 mA). Diesen Strom liefert ein zweites Netzgerät.
Die Antriebswelle und der Resonator sind jeweils mit einer Marke versehen, um bequem die Amplituden des Drehpendels an der Kreisskala bzw. die Erregerfrequenz des Exzenters bestimmen zu können. Die **Dämpfung** bei verschieden starker Erregung der Wirbelstrom-bremse misst man bei stillstehendem Motor aus der Beobachtung der Abnahme aufeinander folgender Amplituden .

Als **Frequenzgang der Amplitude** wird die Abhängigkeit der sich stationär einstellenden Amplitude der Drehschwingung von der Erregerfrequenz bezeichnet. Er wird ermittelt durch schrittweise Erhöhung der Erregerfrequenz - beginnend bei einer Frequenz von ca. 0,3 Hz - und Ablesung der sich dabei stationär einstellenden Amplitude. Sollten sich besonders in der Nähe der Resonanzstelle Schwebungen ergeben, ist das Drehpendel anzuhalten und der Einschwingvorgang erneut abzuwarten. In der Umgebung der Resonanzstelle muss die Erregerfrequenz besonders feinfühlig eingestellt und gemessen werden, um den steilen Kurvenverlauf gut zu erfassen. Bei Frequnzen oberhalb der Resonanzstelle nehmen die Amplituden des Drehpendels rasch wieder ab.

Wichtiger Hinweis

Beim bereitgestellten Pohlschen Schwingungsapparat liegt die Resonanzfrequenz f_0 nahe 0,5 Hz. Der zu überstreichende Frequenzbereich der Anregung sollte unbedingt den Bereich 0,3 Hz ... 0,7 Hz überdecken. Daher müssen die Schwingungsdauer T und die Anregungsfrequenz f sehr zuverlässig bestimmt werden.