



Atome, Moleküle und Kerne

Experimentalphysik 4 Lehramt

SS 2023

Michael Himpel



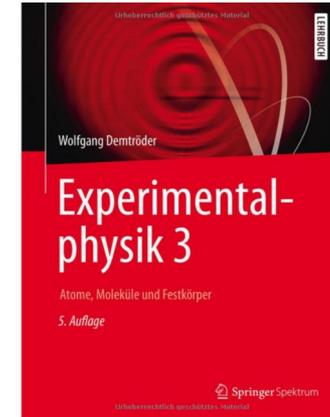
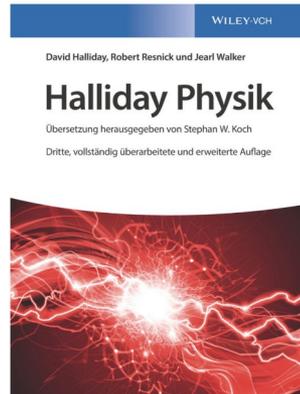
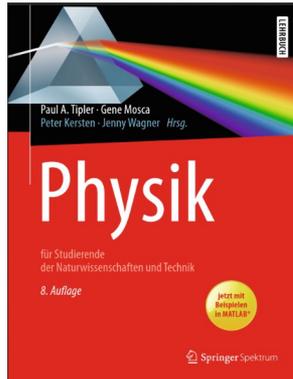
Teil 1 - Wasserstoff

Experimentalphysik 4 Lehramt

SS 2022

Michael Himpel

Literatur (immernoch)



- umfasst „alle“ Bereiche der Ex.-Physik
- 79€, frei auf [springerlink.com](https://www.springerlink.com)
- (nur) gut für Einführung ins Thema

- umfasst „alle“ Bereiche der Ex.-Physik
- 79€
- mittlerer Anspruch
- didaktisch gut, mit Lernhilfen

- Atome u. Moleküle
- 55€, frei auf [springerlink.com](https://www.springerlink.com)
- Vertiefung

↑ ↑
Pflichtkauf für Lehrer!

↑
Basis für diese Vorlesung



- „Messung“ in der Quantenphysik: Die Operatoren erzeugen bestimmte Eigenwerte der Wellenfunktionen:

$$\hat{F} \psi_n = f_n \psi_n$$

Operator zugehöriger Eigenwert

Eigenwertgleichung für den Operator F

- Energien sind die Eigenwerte des Hamilton-Operators:

$$\hat{H} \psi_n = \left(\frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right) \psi_n = E_n \psi_n$$

kinetische Energie: $\frac{\hat{p}_x^2}{(2m)}$

Wasserstoff-Atom

- Lösung der SGL für den Radialteil bei

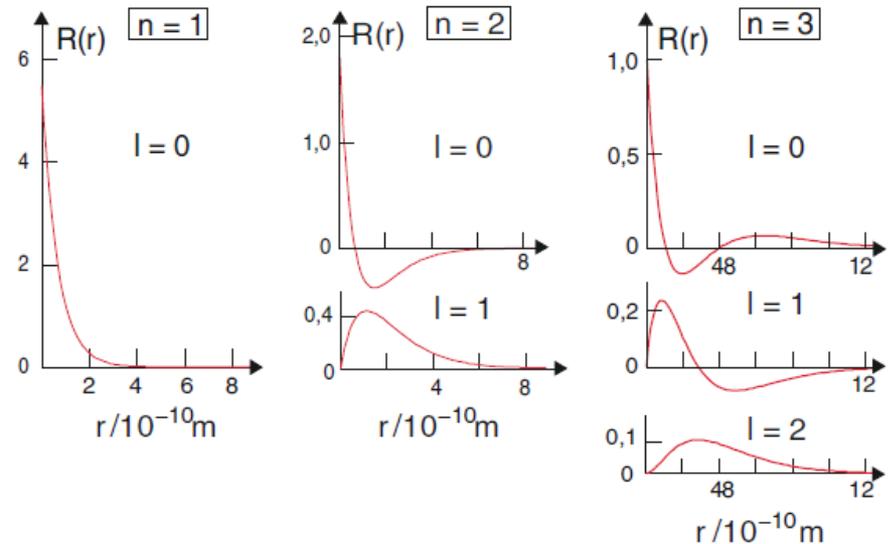
$$E_{pot}(r) = \frac{Z e^2}{4 \pi \epsilon_0 r}$$

$$\psi(r, \vartheta, \varphi) = R_{n,l}(r) \cdot Y_l^m(\vartheta, \varphi)$$

↙
Laguerre-Polynome

$$E_n = \frac{-m_e e^4 Z^2}{8 \epsilon_0^2 h^2 n^2} = -Ry^* \frac{Z^2}{n^2}$$

Äquivalent zum Bohr'schem Atommodell!



Wasserstoff - Quantenzahlen



- Hauptquantenzahl n bestimmt die Zustandsenergie

$$E_n = \frac{-m Z^2 e^4}{8 \epsilon_0 h^2 n^2} = -Ry \cdot \frac{Z^2}{n^2}$$

- Drehimpulsquantenzahl l und magnetische Quantenzahl m_l aus Winkelanteil der Lösung

$$l < n - 1 \qquad -l \leq m_l \leq l$$

- Termsymbolik
 - **s** für $l=0$, **p** für $l=1$, **d** für $l=2$, **f** für $l=3$, ...
- Auswahlregeln bei Übergängen

$$\Delta m_l = -1, 0, +1 \qquad \Delta l = -1, +1$$

Kugelsymmetrie und Kugelflächenfunktionen



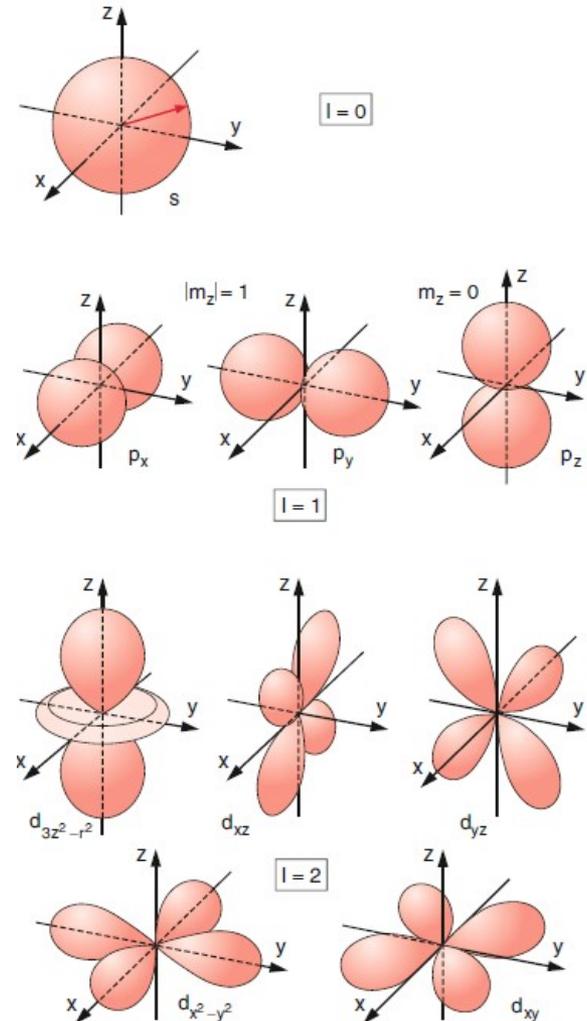
- SGL in Kugelkoordinaten führt zu folgender Lösung:

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r) \cdot \Theta(\vartheta) \cdot \Phi(\varphi)$$

- Mit:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\varphi} \cdot P_l^m(\cos(\vartheta)) = Y_l^m(\vartheta, \varphi)$$

„Kugelflächenfunktionen“

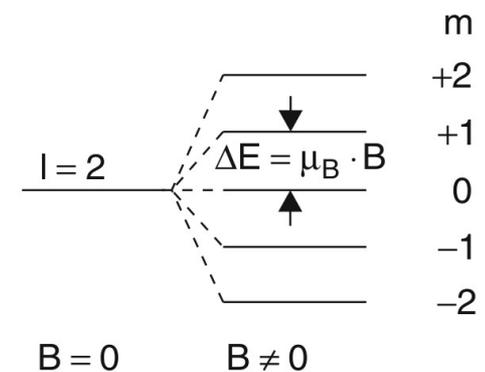
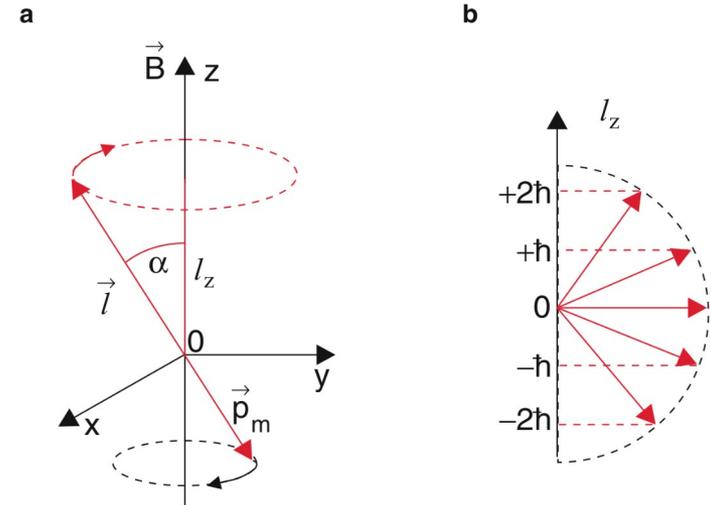


H-Atom im äußeren Magnetfeld (Zeemann-Effekt)

- Entartung in l wird aufgehoben (Drehimpuls richtet sich im B-Feld aus)
- Halbklassisch: Kreisbewegung des Elektrons um den Kern, Drehimpuls ist aber gequantelt

- Magnet. Moment:
$$\mu = I \cdot A = \frac{-e \vec{l}}{2 m_e}$$

- Bohrsches Magneton:
$$\mu_B = \frac{e \hbar}{2 m_e}$$

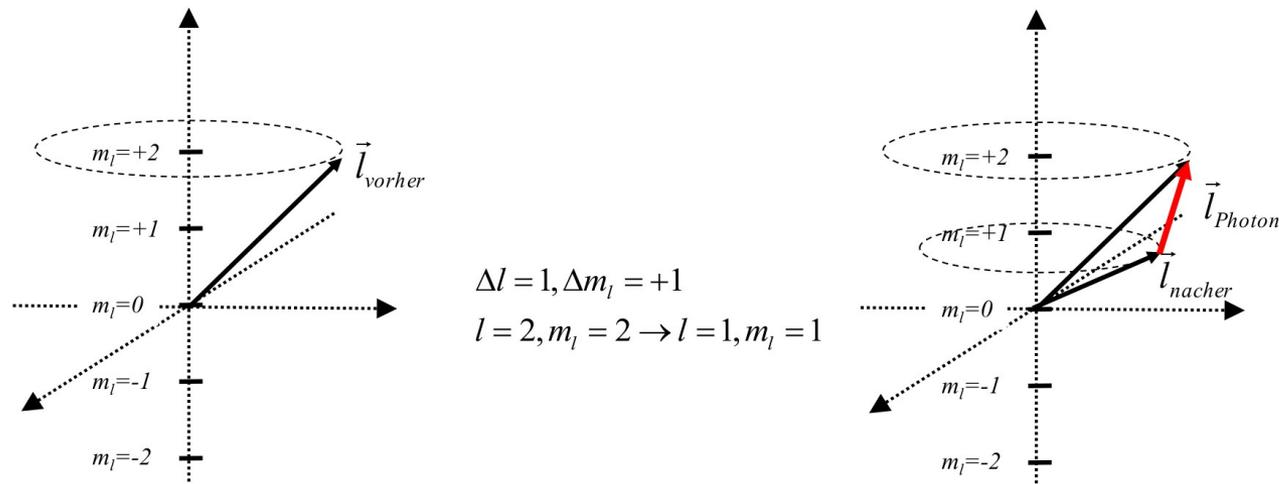


Absorption/Emission

- Bei Absorption oder Emission ändert sich l des Atoms um 1 (Drehimpuls des Photons ist \hbar)
- Auswahlregeln für Übergänge:

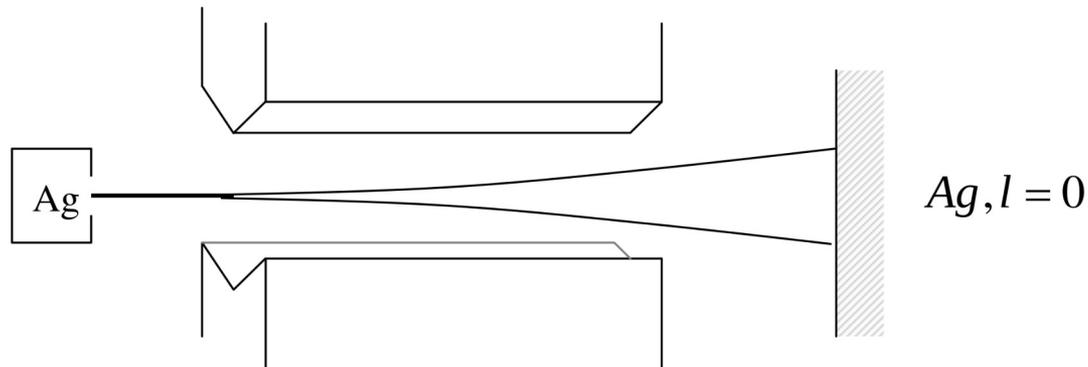
$$\Delta l = \pm 1 \qquad \Delta m = \pm 1, 0$$

Auswahlregeln folgen aus Drehimpulserhaltung:





- Experimenteller Hinweis durch Stern-Gerlach-Versuch 1921:



- Ag wird verdampft und ins Vakuum geleitet
- Aufteilung im inhom. Magnetfeld in 2 Strahlen wird beobachtet
 - Da der Bahndrehimpuls bei Ag $l=0$ ist, muss es noch ein anderes magnetisches Moment geben!



- 1925 Interpretation von Goudsmit und Uhlenbeck:
 - Elektron besitze einen Eigendrehimpuls („Spin“) \vec{s}
 - Quantenzahlen:

$$|\vec{s}| = \sqrt{s(s+1)} \hbar \quad s_z = m_s \hbar \quad \vec{\mu}_s = \gamma \vec{s} \quad s = \frac{1}{2}, m_s = \pm \frac{1}{2}$$

↑
Gyromagnetisches
Verhältnis

- magnetisches Spinmoment etwa doppelt so groß wie das des Bahndrehimpulses

Spin-Bahn-Kopplung

- Verbindung des Elektronenspins mit dem Bahndrehimpuls:
- Aus Sicht des Elektrons bewegt sich das Proton auf einer Kreisbahn -> „internes Magnetfeld“:

$$\vec{B}_l = \frac{\mu_0 Z e}{8 \pi r^3 m} \vec{l}$$

- Für Energieaufspaltung folgt:

$$\Delta E_{l,s} = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_l = \frac{1}{2} E_n \frac{Z^2 \alpha^2}{n \cdot l(l+1) \left(l + \frac{1}{2}\right)} \cdot (j(j+1) - l(l+1) - s(s+1))$$

H-Atom Energie Feinstrukturkonstante $\alpha \approx \frac{1}{137}$

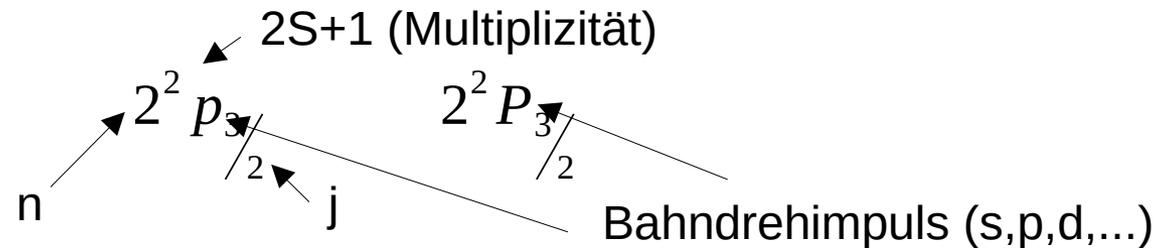
Relativistische Korrektur und Lamb-Shift



- Noch weitere Korrekturen sind für H-Atom möglich:
- Relativistischer Impuls für Elektron (inkl. SI-Kopplung):

$$E_{n,j} = E_n \left[1 + \frac{Z^2 \alpha^2}{n} \left(\frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right]$$

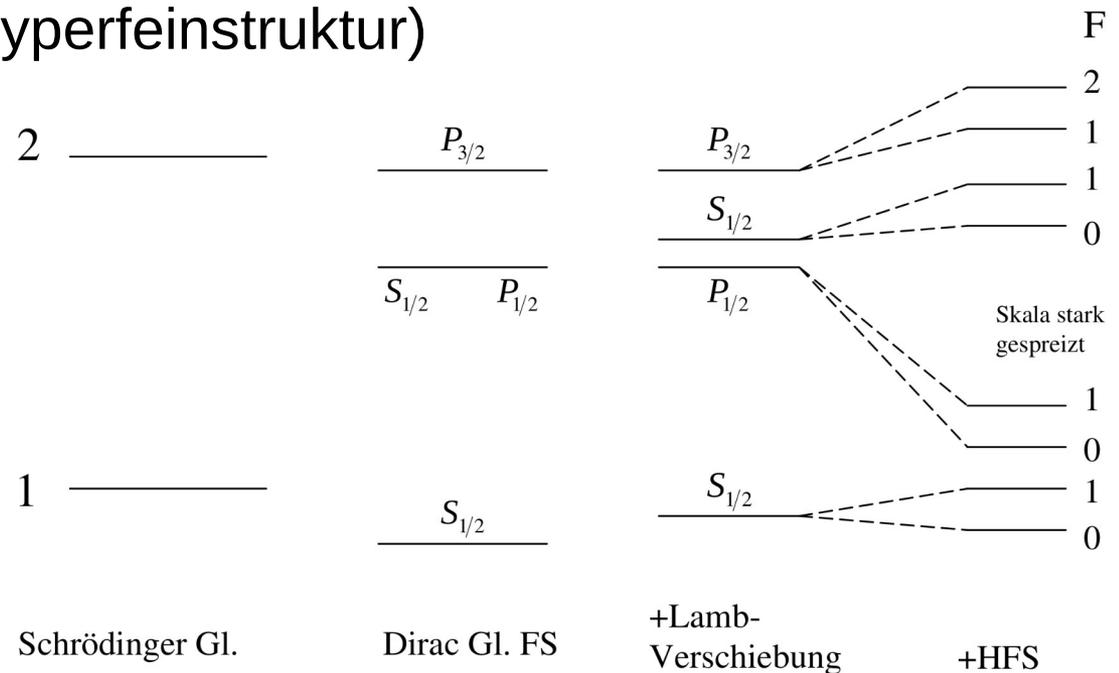
- Nomenklatur:



- Lamb-Shift: QED-Vakuumfluktuation auf Elektronenbahn, sehr kleiner Beitrag

Wasserstoff - Energieniveaus

- 1) SGL-Beitrag durch Energieniveaus n
- 2) Spin-Bahn-Kopplung (relativistisch): „Feinstruktur“
- 3) Lamb-Shift
- 4) Kernspin-Kopplung (Hyperfineinstruktur)





Teil 2 - Mehrelektronensysteme

Experimentalphysik 4 Lehramt

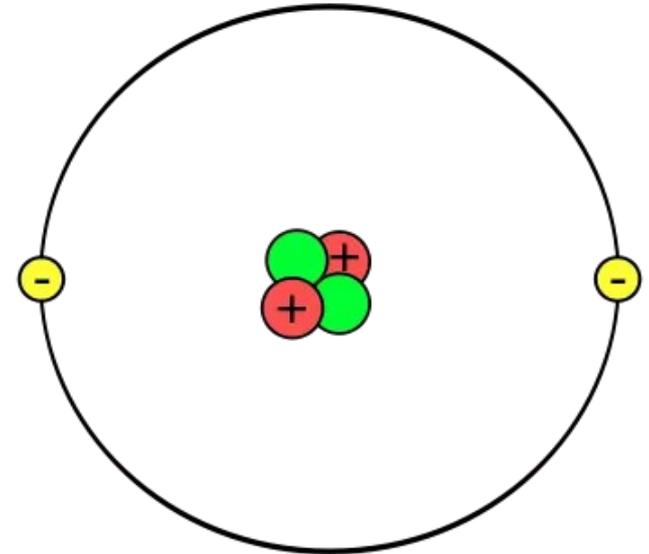
SS 2022

Michael Himpel

Mehrelektronensysteme



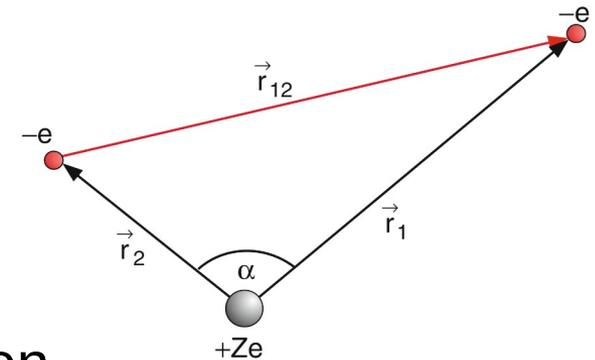
- Was ändert sich?
 - Neue Phänomene wegen elektrost. WW
 - Symmetrie/Vertauschung wird relevant
- SGL schon oft nicht mehr analytisch lösbar!
- Betrachtungen am Beispiel Helium
(1 Atomkern, 2 Elektronen)



Helium - Näherung

- Potentielle Energie:

$$E_{pot} = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Z}{r_1} + \frac{Z}{r_2} - \frac{1}{r_{12}} \right)$$



- Einfachste Näherung: WW vernachlässigen

$$\hat{H}_1 = \left(\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_1 \psi_1(\vec{r}_1) - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_1} \psi_1(\vec{r}_1) \right) = E_1 \psi_1(\vec{r}_1)$$

$$\hat{H}_2 = \left(\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_2 \psi_2(\vec{r}_2) - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_2} \psi_2(\vec{r}_2) \right) = E_2 \psi_2(\vec{r}_2)$$

Gesamtenergie:

$$E_{He} = E_1 + E_2 = -2Z^2 E_H = -108.8 eV$$



Symmetrie der Wellenfunktion

- Elektronen sind ununterscheidbar, welche Konsequenzen hat das?
- Wenn mehrere Elektronen zur Wellenfunktion beitragen, nimmt man eine symmetrische und eine antisymmetrische Überlagerung an:

Symmetrische Wellenfunktion:

$$\Psi^S = \Psi_1(a)\Psi_2(b) + \Psi_2(a)\Psi_1(b)$$

- bei Vertauschung a und b: $\Psi^S(a, b) \Rightarrow +\Psi^S(b, a)$

Antisymmetrische Wellenfunktion:

$$\Psi^A = \Psi_1(a)\Psi_2(b) - \Psi_2(a)\Psi_1(b)$$

- bei Vertauschung a und b: $\Psi^A(a, b) \Rightarrow -\Psi^A(b, a)$

Symmetrie der Wellenfunktion II

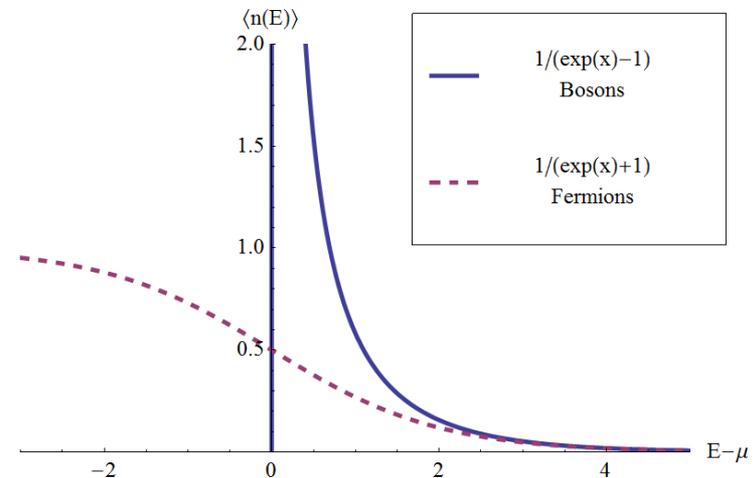
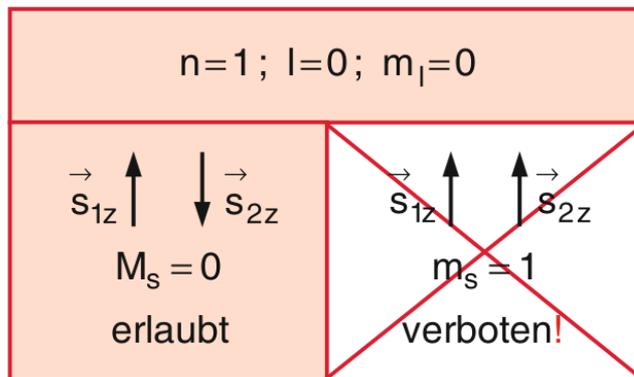
- Teilchen werden jeweiligen Symmetriegruppen zugeordnet:

	Fermionen		Bosonen
Leptonen	e, μ, τ	Mesonen	π, K, W
	ν_e, ν_μ, ν_τ	Photonen	γ
Baryonen	n,p		

- Elektronen: Nur antisymmetrische Wfkt. möglich!

Pauli-Prinzip

- äquiv. zu „e haben antisymmetrische Wfkt.“:
- Jeder Zustand, der durch (n, l, m_l, m_s) charakterisiert ist, kann nur von einem Elektron besetzt werden



- Bosonen können auch vielfach die Zustände besetzen

Hund'sche Regeln



...beschreiben die Besetzungsreihenfolge der Elektronenorbitale

1) Pauli-Prinzip

- jeweils nur 2 Elektronen pro s-Orbital ($m_s = \pm 1/2$)

2) niedrigster Energiezustand

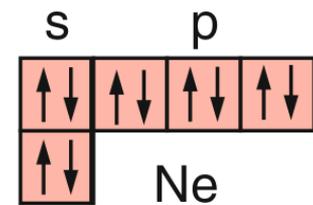
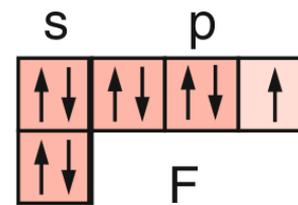
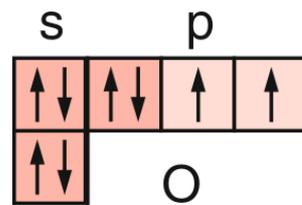
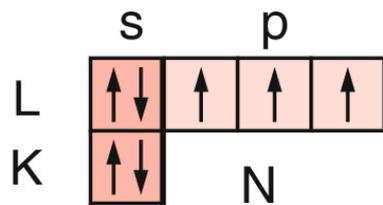
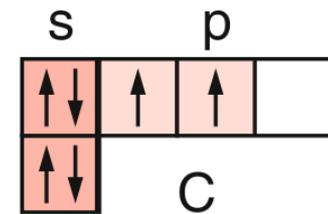
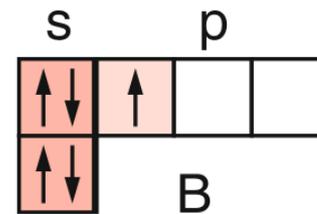
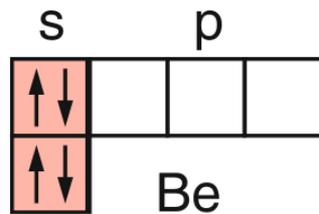
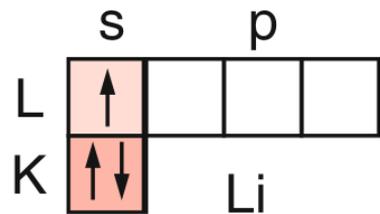
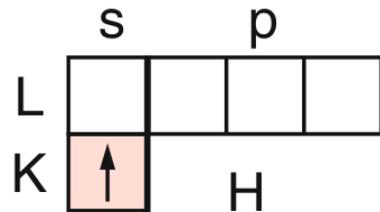
- $2n^2$ Elektronen pro l-Schale, Namen: K=2, L=8, M=16, N=32, O=50, ...

3) Gesamtspin S maximal

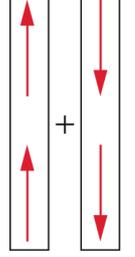
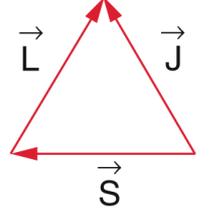
4) Gefüllte Schalen haben jeweils $L=0$ und $S=0$

5) Komponente $L_z =$ maximal

Beispiele für leichte Elemente



Zustände im Helium-Atom

m_{l_2}	—	0	0	1	1	1
Elektronenspin im Zustand $n = 2$	—					
Elektronenspin im Zustand $n = 1$	 					
Kopplung der Drehimpulse	 $S = 0, L = 0$	 $S = 0, L = 0$	  $S = 1, L = 0$	 $S = 1, L = 1$	  $S = 1, L = 1$	
Gesamtdrehimpuls	$J = 0$	$J = 0$	$J = 1$	$J = 2$	$J = 0$	$J = 1$
Zustand	1^1S_0	2^1S_0	2^3S_1	2^3P_2	2^3P_0	2^3P_1

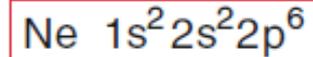


- Welche Konfigurationen sind möglich/werden realisiert?
- Einfluss durch:
 - Coulombkraft zw. Elektron und Atomkern
 - WW der Elektronen untereinander
 - magnetische Wechselwirkungen/Dipolmomente
 - wie bei H-Atom Feinstruktur-niveaus
 - Aufspaltungen in Multiplett-Zustände

Edelgase



- alle Edelgase haben im Grundzustand $L=S=J=0$
- bei vorgegebener Elektronenkonfiguration sind trotzdem noch verschiedene Energieniveaus möglich (je nach L-S-Kopplung)
- rechts: Beispiel Neon



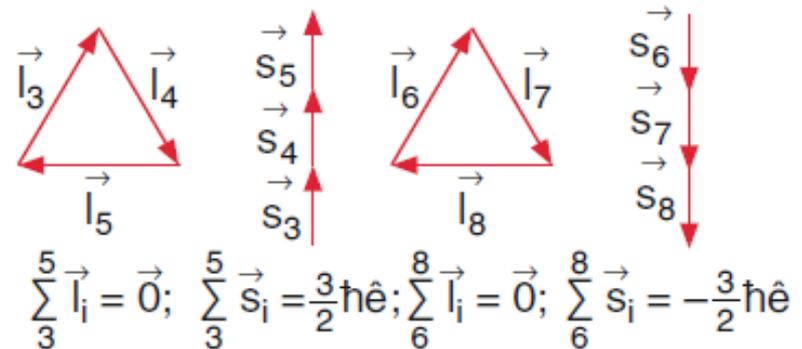
K-Schale: $n=1$ 2 Elektronen

$$\left. \begin{array}{l} \vec{l}_1 = \vec{l}_2 = 0 \Rightarrow \vec{L} = 0 \\ \vec{s}_1 + \vec{s}_2 = 0 \Rightarrow \vec{S} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{J} = 0$$

L-Schale: $n=2$ 8 Elektronen

a) 2s-Schale: $\vec{l}_1 = \vec{l}_2 = 0 \Rightarrow \vec{s}_1 = -\vec{s}_2$

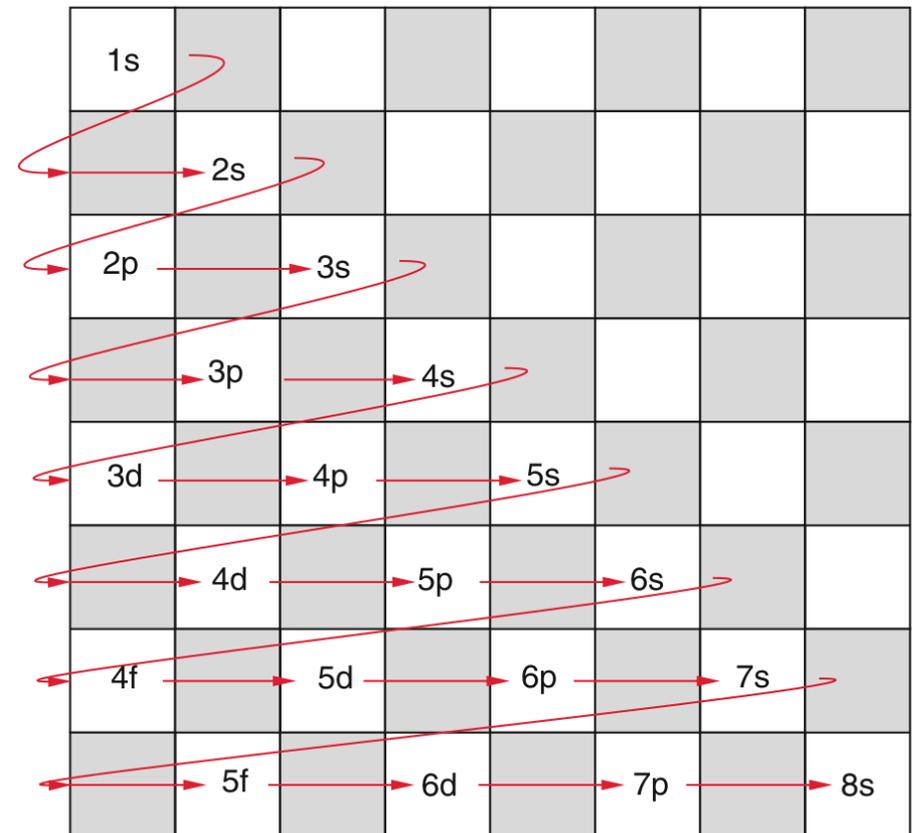
b) 2p-Schale: $\Rightarrow \vec{L} = 0$ und $\vec{S} = 0$



Merkschema

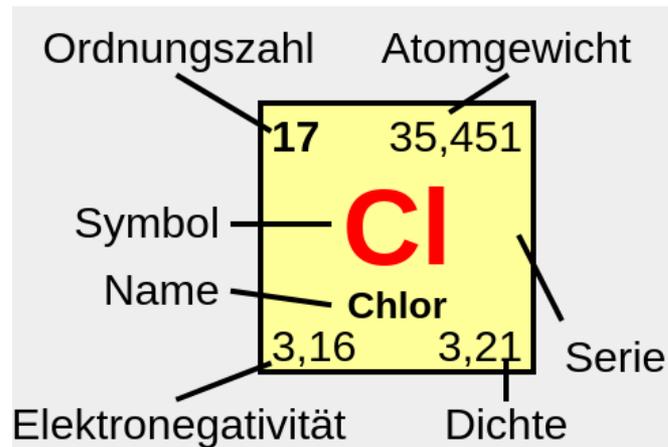


- Merkschema erleichtert den Schalen Aufbau
- berücksichtigt keine Umbesetzungen!



Periodensystem der Elemente

- 1868 von Mendelejew (Meyer) entwickelt
- Ordnung nach Atomgewicht und chem. Eigenschaften



Periodensystem der Elemente

Periode	Gruppe																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	H Wasserstoff 1,0080																	He Helium 4,0026
2	Li Lithium 6,94	Be Beryllium 9,0122																Ne Neon 20,180
3	Na Natrium 22,990	Mg Magnesium 24,305																Ar Argon 39,948
4	K Kalium 39,098	Ca Calcium 40,078	Sc Scandium 44,956	Ti Titan 47,867	V Vanadium 50,942	Cr Chrom 51,996	Mn Mangan 54,938	Fe Eisen 55,845	Co Cobalt 58,933	Ni Nickel 58,693	Cu Kupfer 63,546	Zn Zink 65,380	Ga Gallium 69,723	Ge Germanium 72,630	As Arsen 74,922	Se Selen 78,971	Br Brom 79,904	Kr Krypton 83,798
5	Rb Rubidium 85,468	Sr Strontium 87,620	Y Yttrium 88,906	Zr Zirkonium 91,224	Nb Niob 92,906	Mo Molybdän 95,950	Tc Technetium (97,4)	Ru Ruthenium 101,07	Rh Rhodium 102,91	Pd Palladium 106,42	Ag Silber 107,87	Cd Cadmium 112,41	In Indium 114,82	Sn Zinn 118,71	Sb Antimon 121,76	Te Tellur 127,60	I Iod 126,90	Xe Xenon 131,29
6	Cs Caesium 132,91	Ba Barium 137,33	La Lanthan 138,91	Hf Hafnium 178,49	Ta Tantal 180,95	W Wolfram 183,84	Re Rhenium 186,21	Os Osmium 190,23	Ir Iridium 192,22	Pt Platin 195,08	Au Gold 196,97	Hg Quecksilber 200,59	Tl Thallium 204,38	Pb Blei 207,20	Bi Bismut 208,98	Po Polonium 209,98	At Astat (210)	Rn Radon (222)
7	Fr Francium 223	Ra Radium 226	Ac Actinium 227	Rf Rutherfordium 267	Db Dubnium 269	Sg Seaborgium 270	Bh Bohrium 272	Hs Hassium 273	Mt Meitnerium 277	Ds Darmstadtium 281	Rg Roentgenium 281	Cn Copernicium 285	Nh Nihonium 286	Fl Flerovium 289	Mc Moscovium 288	Lv Livermorium 293	Ts Tenness 294	Og Oganesson 294

Legende

Symbol
schwarz = Feststoff
blau = Flüssigkeit
rot = Gas
grau = unbekannt
unterstrichen = radioaktiv

Dichte
rot = kg / m³
schwarz = kg / dm³
grau = unbestimmt

Serie (Flächenfarbe)
Alkalimetalle
Erdalkalimetalle
Übergangsmetalle
Lanthanoide
Actinoide
Metalle
Halbmetalle
Nichtmetalle
Halogene
Edelgase
unbekannt

Ordnungszahl **Atomgewicht**
Symbol **Name**
Elektronegativität **Dichte**

Beispiel Chlor (Cl):
Ordnungszahl: 17
Atomgewicht: 35,451
Symbol: Cl
Name: Chlor
Elektronegativität: 3,16
Dichte: 3,21
Serie: Halogene

Periodensystem der Elemente

Besondere Gruppen:

- Alkali-Atome
 - chemische Eigenschaft = alkalisch
 - sehr reaktiv, geben das einzelne Valenzelektron „gern“ ab
- Edelgase
 - komplett aufgefüllte s- und p-Zustände
 - alle e^- gut an Kern gebunden, sehr wenig reaktiv
- Halogenoide
 - sehr reaktionsfreudig, da nur $1e^-$ zu stabiler Konf. fehlt



Teil 3 - LASER

Experimentalphysik 4 Lehramt

SS 2022

Michael Himpel

LASER - Funktionsprinzip

aktives Medium:

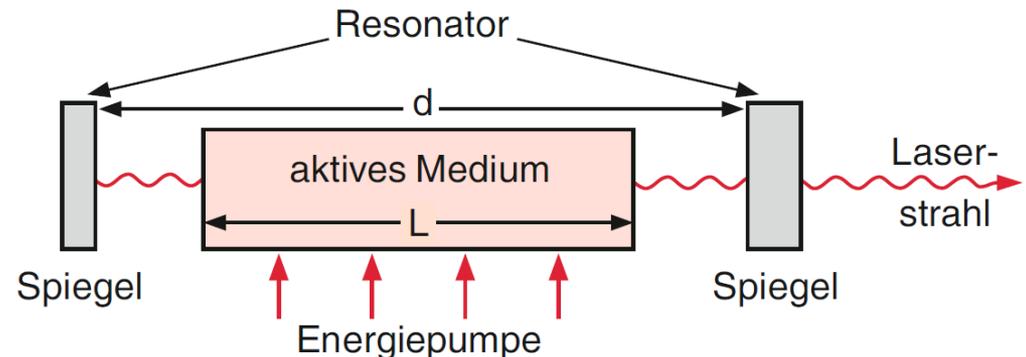
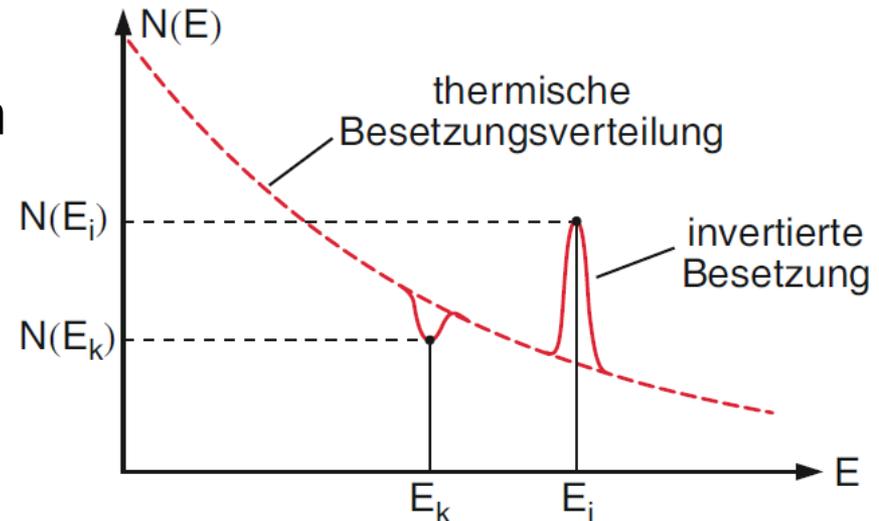
- Besetzungsinversion durch Energiezufuhr

Energiepumpe:

- Blitzlampe, Gasentladung oder anderer Laser

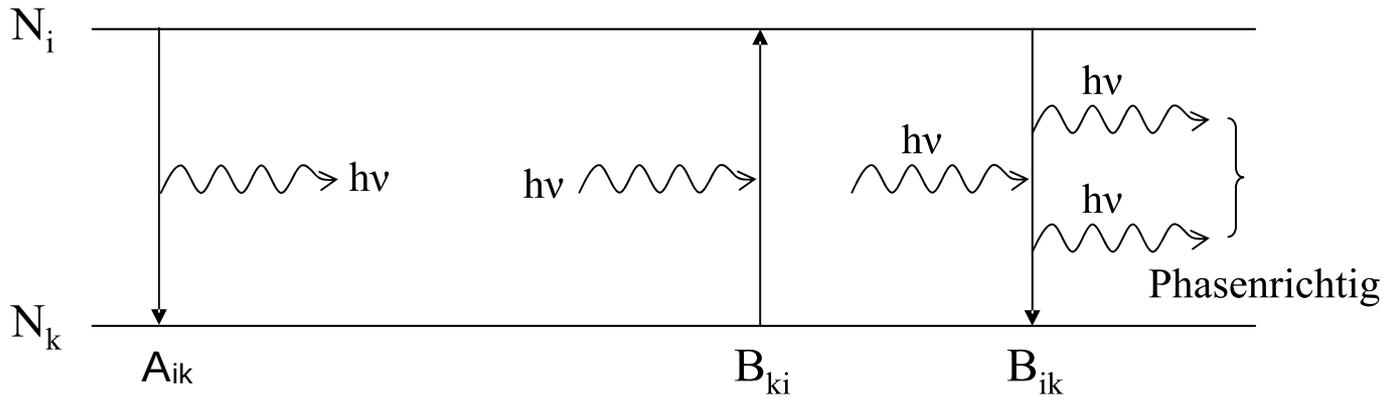
Resonator:

- mehrfache Zurückführung der Strahlung ins aktive Medium



Strahlungsübergänge

3 mögliche Übergangsarten:



Absorption: Photon wird absorbiert, darauf Übergang $N_k \rightarrow N_i$

spontane Emission: Übergang bei Emission eines Photons

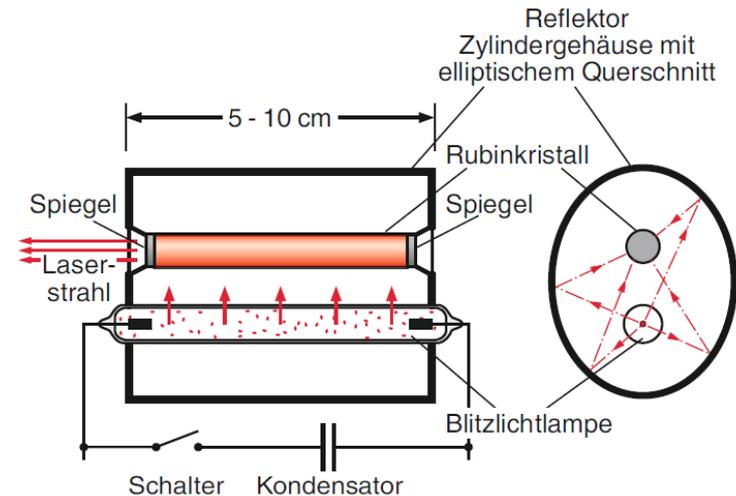
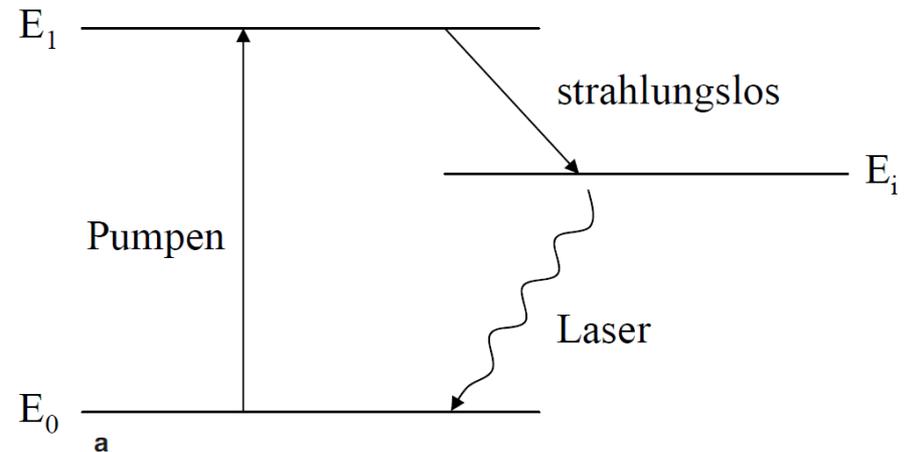
induzierte Emission:

- 1) WW eines Photons mit angeregtem Atom
- 2) Abregung und Aussendung eines zweiten Photons mit gleicher Phase

Laser mit 3-Niveau-System

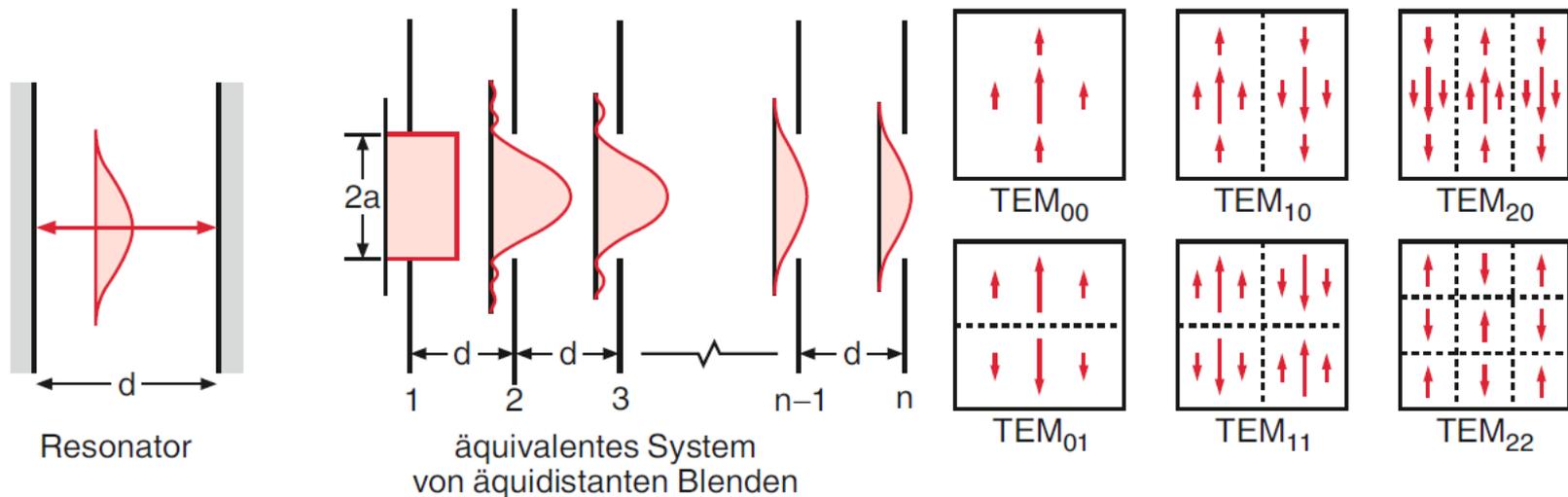
Beispiel: Rubinlaser:

- Pumplicht sorgt dafür, dass nun $N(E_i) \gg N(E_0)$ ist
- (strahlungslose Übergänge bedeuten Energieabgabe an Gitterschwingungen)
- induzierte Emission kann nun zu „Photonenlawine“ führen



Laser: Resonator und Moden

- Resonator bewirkt Rückkopplung und stabilisiert
- Resonatorlänge = Frequenzauswahl (Modenauswahl)
- TEM_{00} ist i.d.R. wünschenswert



LASER - Typenübersicht



Laser-Typ	Typische Vertreter	Typischer Einsatzort	Wellenlänge	Wirkungsgrad	Ausgangsleistung / Energieabgabe
Festkörper-Laser	Neodym-dotierter Yttrium-Aluminium-Granat-Laser (Nd:YAG-Laser)	Wissenschaft und Technik. Speziell für Anwendungen in der Messtechnik, Materialbearbeitung, Medizin, Spektroskopie und Holographie Frequenzverdoppelt: Grüne Laserpointer	meist 1064 nm gepulst und kontinuierlich	25 bis 50 %	bis zu 10 kW in Serienlasern
	Rubinlaser	War der erste Laser überhaupt; heute von effizienteren ersetzt. Genutzt zum Erstellen von Hologrammen und zur Entfernung von Tätowierungen	694 nm nur gepulst	ca. 1 %	bis zu 100 kW 50 J pro Puls
	Titan:Saphir-Laser (Ti:Sa-Laser)	Verbreitetster Femtosekundenlaser mit weitem Einsatzgebiet in der Grundlagenforschung und in Anwendungen wie der Lasermedizin	von 670 nm bis über 1100 nm abstimmbar	einige Prozent	über 100 W
Dioden_Laser	Aluminium-Gallium-Arsenid-Laser (GaAlAs-Laser)	Nachrichtentechnik und CD-Player	von 650 nm bis 880 nm abstimmbar	30 bis 60 %	bis zu 100 mW
	Indium-Gallium-Arsenid-Phosphid-Laser (InGaAsP-Laser)	Nachrichtenübertragung über Glasfaser und Pumpen von Lasern	von 1150 nm bis 1650 nm abstimmbar	30 bis 60 %	bis zu 100 mW

LASER - Leistungsklassen

	Direkte Langzeitbestrahlung		Direkte Kurzzeitbestrahlung		Diffuse Reflexion		Direkte Bestrahlung
	opt. Inst.	freies Auge	opt. Instr.	freies Auge	Auge	Haut	Haut
							
Klasse 1	sicher	sicher	sicher	sicher	sicher	sicher	sicher
Klasse 1M		sicher		sicher	sicher	sicher	sicher
Klasse 2			sicher	sicher	sicher	sicher	sicher
Klasse 2M				sicher	sicher	sicher	sicher
Klasse 3R			Geringes Risiko	Geringes Risiko	sicher	sicher	sicher
Klasse 3B					Geringes Risiko	sicher	Geringes Risiko
Klasse 4							



Teil 4 - Moleküle

Experimentalphysik 4 Lehramt

SS 2022

Michael Himpel



Warum Molekülphysik?

- Moleküle sind Grundlage der Chemie
- Erklärung chem. Reaktionen und biol. Prozesse

ABER:

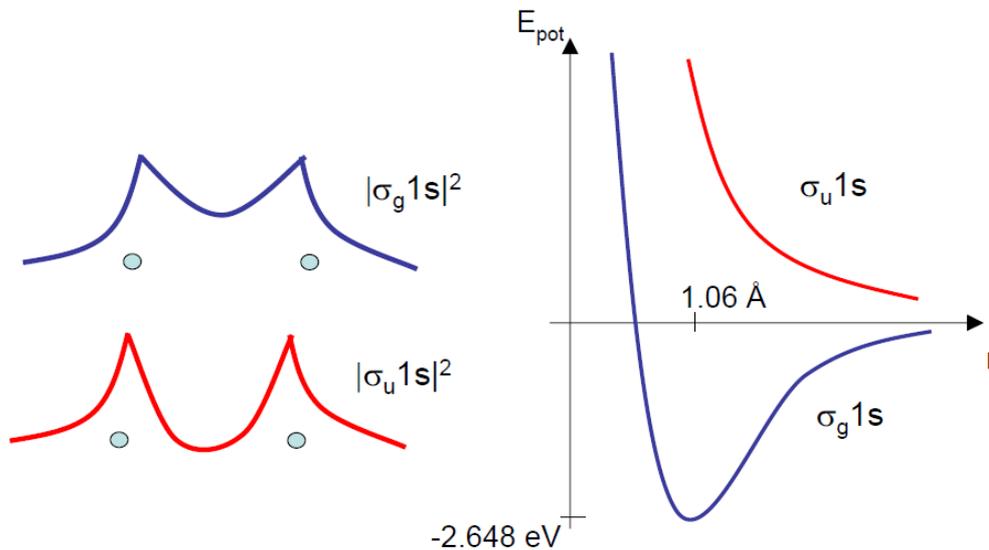
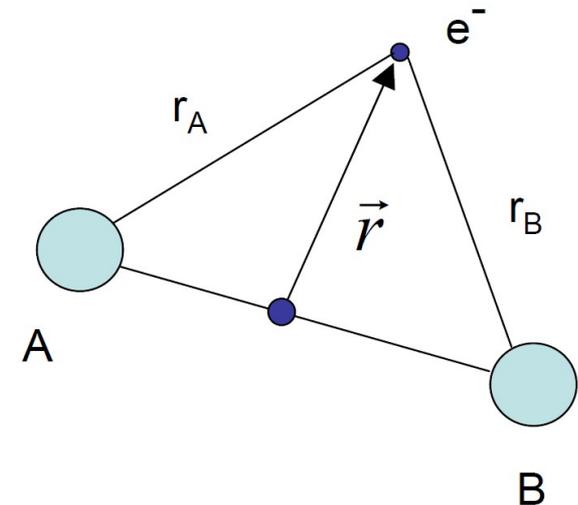
- deutlich Komplexer als Atome
- Energiestruktur: Auch Rotation und Schwingung der Atome möglich

Deswegen:

- Hier: Beschränkung auf zweiatomige Moleküle (H_2^+ , H_2)

Wasserstoff-Ion H_2^+

- 1 Elektron und 2 H-Atomkerne
- bindender und nicht-bindender Zustand möglich
- symmetrische Wfkt. vermittelt Anziehung zwischen den Atomen



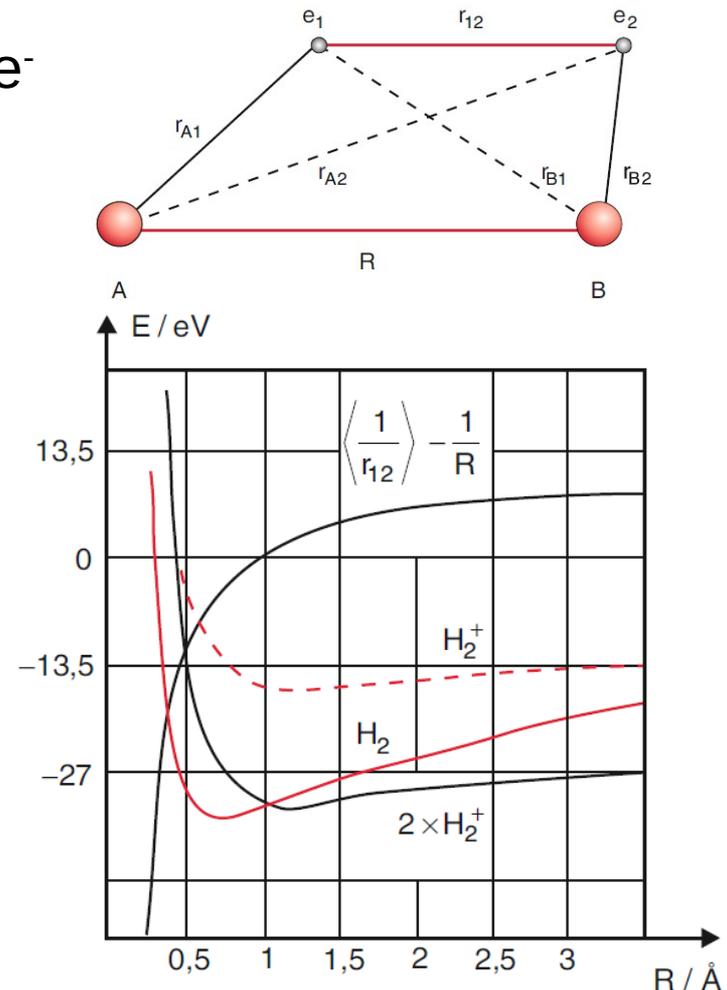
Wasserstoff-Molekül H_2

- 2 e^- und 2 Kerne, WW zwischen den e^- führt zur Unlösbarkeit der SGL
- Gesamtenergie:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} (\nabla_1^2 + \nabla_2^2) + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(-\frac{1}{r_{A1}} - \frac{1}{r_{B1}} - \frac{1}{r_{A2}} - \frac{1}{r_{B2}} + \frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{R} \right)$$

Molekülorbitalnäherung (MO):

- Gesamtenergie ist Summe aus H_2^+ -Energien und Abstoßungsterm



Elektronische Zustände



- Jetzt auch Abstand R der Atome variabel, deshalb komplizierte Nomen-Klatur:
- Energie $E_n(R)$ im Grundzstd.
- Bahndrehimpuls $L = l_1 + l_2 + \dots + l_N$ (für R unendlich)
- Projektion von L auf Molekülachse $|L_z| = \hbar \sum \lambda_i$
- Gesamtspin: $S = \sum s_i$ $|S_z| = \hbar \sum m_{s,i}$
- weil Drehimpuls nur für $R = \text{unendl.}$, jetzt Projektion auf Molekülachse wichtig:

$$\lambda = 0 \rightarrow \sigma$$

$$\lambda = 1 \rightarrow \pi$$

$$\lambda = 2 \rightarrow \delta$$

Elektronische Zustände

- Gesamtzustand bezeichnet durch (l, λ) : $l=0; \lambda=0 \rightarrow s \sigma$
- Beispiele: $l=1; \lambda=0 \rightarrow p \sigma$
 $l=1; \lambda=1 \rightarrow p \pi$

	Konfiguration	Zustand	R / nm	E_B / eV
H ₂	$(1s\sigma_g)^2 \uparrow\downarrow$	$1 \Sigma_g^+$	0,074	4,476
He ₂ ⁺	$(1s\sigma_g)^2(1s\sigma_u) \uparrow$	$2 \Sigma_u^+$	0,108	2,6
He ₂	$(1s\sigma_g)^2(1s\sigma_u)^2 \uparrow\downarrow$	$1 \Sigma_{g\sigma}^+$	—	0
Li ₂	$KK(2s\sigma_g)^2 \uparrow\downarrow$	$1 \Sigma_{g\sigma}^+$	0,267	1,03
B ₂	$KK(2s\sigma_g)^2(2s\sigma_u)^2$ $(2p\pi_u)^2 \uparrow\uparrow$	$3 \Sigma_{g\sigma}^-$	0,159	3,6
N ₂	$KK(2s\sigma_g)^2(2s\sigma_u)^2$ $(2p\pi_u)^4(2p\sigma_g)^2 \uparrow\downarrow$	$1 \Sigma_{g\sigma}^+$	0,110	7,37
O ₂	$KK(2s\sigma_g)^2(2s\sigma_u)^2$ $(2p\sigma_u)^2(2p\pi_u)^4$ $(2p\pi_g)^2 \uparrow\uparrow$	$3 \Sigma_{g\sigma}^-$	0,121	5,08

verschiedene Ursachen für Bindung möglich:

Valenzelektronen:

- Aufenthaltswahrscheinlichkeit der e^- zwischen den Atomen

Austauschwechselwirkung:

- E_{kin} geringer durch größere Orbitale

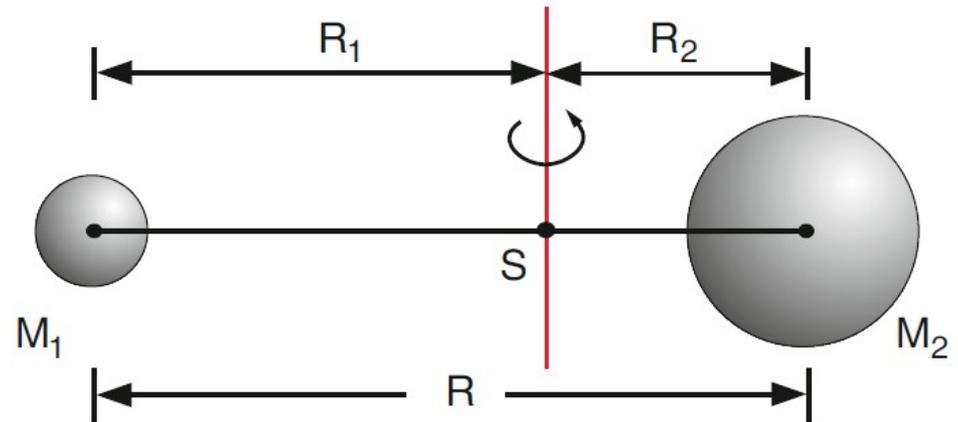
Wechselwirkungen mit Dipol:

- bei $R=\text{groß}$: Ion-Ion, Dipol-Ion, Dipol-Dipol (Lenard-Jones)



Rotation der Kerne im Molekül

- Moleküldrehimpuls: J



Rotationsenergie:

$$E_{rot} = \frac{1}{2} \Theta \omega^2 = \frac{\vec{J}^2}{2\Theta} = \frac{J(J+1)}{2MR_e^2}$$



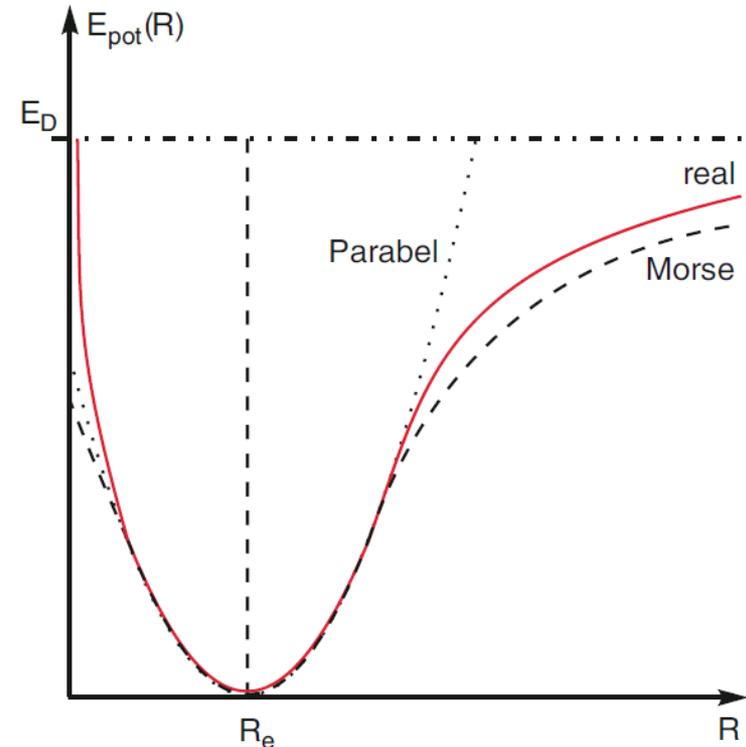
Schwingung der Kerne im Molekül

- Zusätzlich zur Rotation ist noch eine Schwingung in R möglich
- Energien (Schwingung allein) analog zum harmonischen Oszillator:

$$E_{Schw.}(\nu) = \left(\nu + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$$

- Problem: Divergiert für große ν
- besser mit Morse-Potential:

$$E_{Schw.}(\nu) = \left(\nu + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega - \frac{\hbar \omega}{4 E_0} \left(\nu + \frac{1}{2}\right)^2$$





Teil 5 - Kernphysik

Experimentalphysik 4 Lehramt

SS 2022

Michael Himpel

Zerfallsgesetze



- N instabile Teilchen mit Wahrscheinlichkeit $\lambda = dP/dt$:

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \cdot N(t) = -A(t) \leftarrow \text{Aktivität [Bq]}$$

- Lösung:

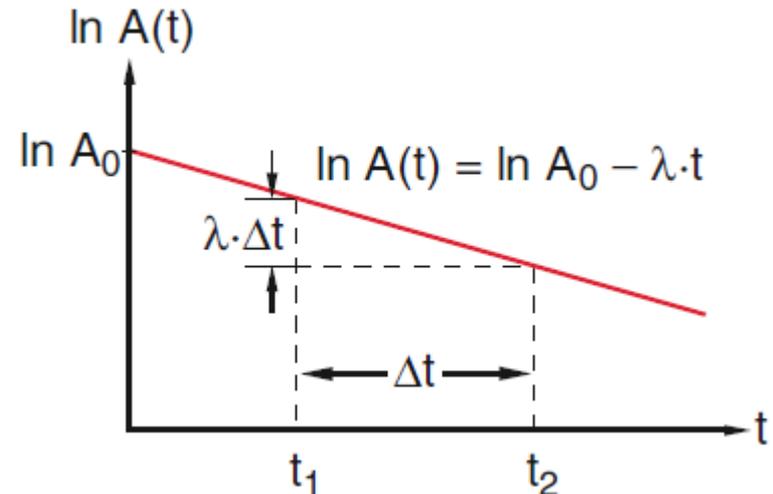
$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-t/\tau}$$

- Analog für Aktivität:

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-t/\tau}$$

- Halbwertszeit:

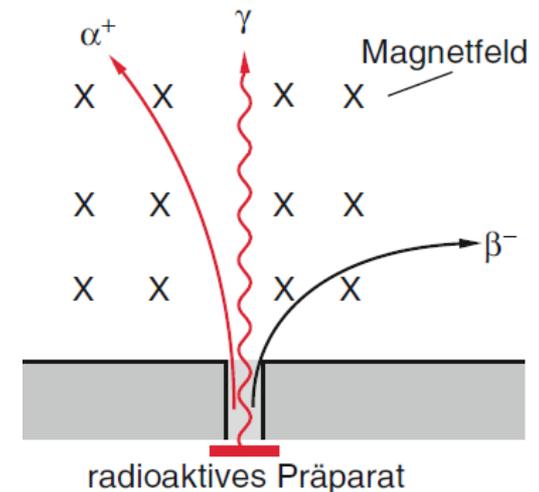
$$t_{1/2} = \tau \cdot \ln(2)$$



Radioaktivität

= spontane Umwandlung instabiler Kerne

- Beobachtung von H. Bequerel:
 - best. Stoffe (z.B. Uranerze) senden spontan Strahlung aus, die Schichten durchdringt und Photoplatten schwärzt
 - Strahlung hat andere Eigenschaften als Röntgenstrahlung
- 1899 von Rutherford, zwei Strahlungsarten: α und β -Strahlung
- durch Messungen im Magnetfeld und später Massenspektrometer:
 - α -Strahlung positiv, Masse des Heliumkerns
 - β -Strahlung negativ, Masse des Elektrons



α - Zerfall

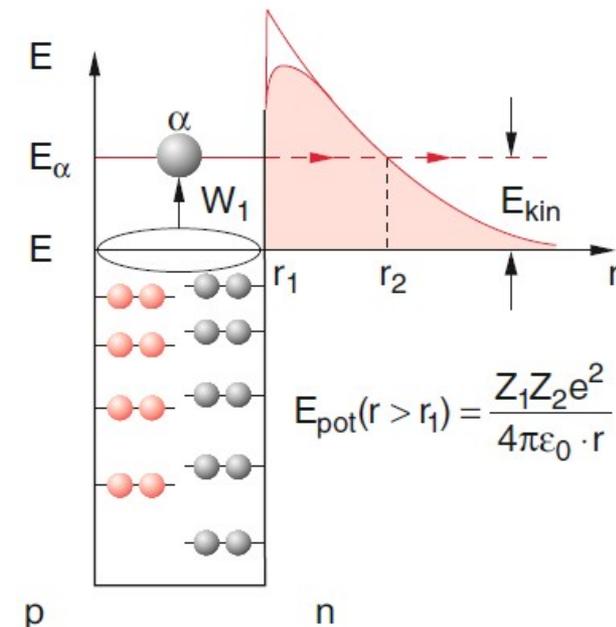
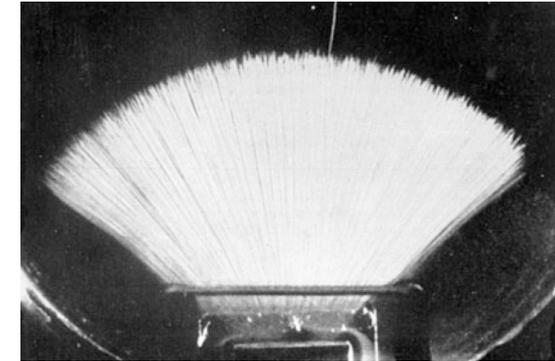
Nebelkammeraufnahmen v. Rutherford und Geiger zeigten:

- Reichweite der α -Strahlung immer gleich

1928 Erklärung von Gamow, Henry, Condon:

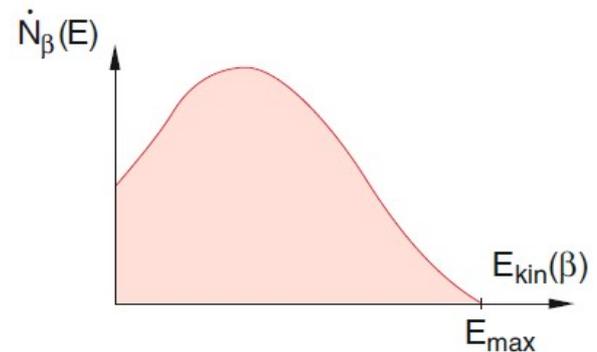
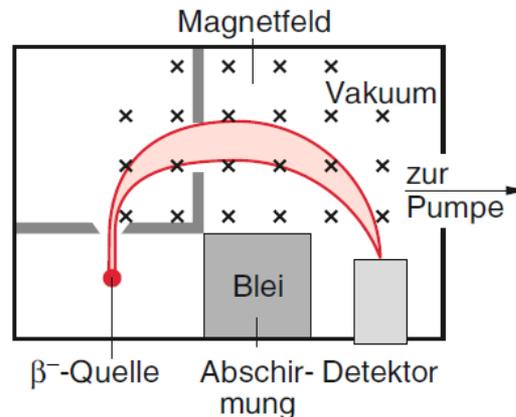
- α -Teilchen löst sich vom Kern
- freiwerdende Bindungsenergie erhöht Energiezustand
- verlassen der Potentialbarriere durch QM-Tunneleffekt

- allg: ${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + \alpha$



Unstimmigkeiten bei experimentellen Beobachtungen:

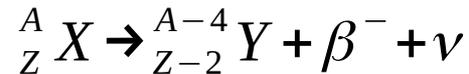
- Rückstoßverhalten ist nicht nachvollziehbar (z.T. werden beide Stoßteilnehmer in gleichen Halbraum geleitet)
- Energie+Impulserhaltung gelten offenbar nicht! (diskrete Energie für Elektron wird vorhergesagt, kontinuierliche Energie wird aber beobachtet)
- Drehimpulserhaltung gilt offenbar nicht! (Spin1/2-Teilchen müssten entstehen, wird aber nicht beobachtet)





β -Zerfall - Neutrinohypothese

- 1925 von Pauli wird Dreikörperstoß postuliert:



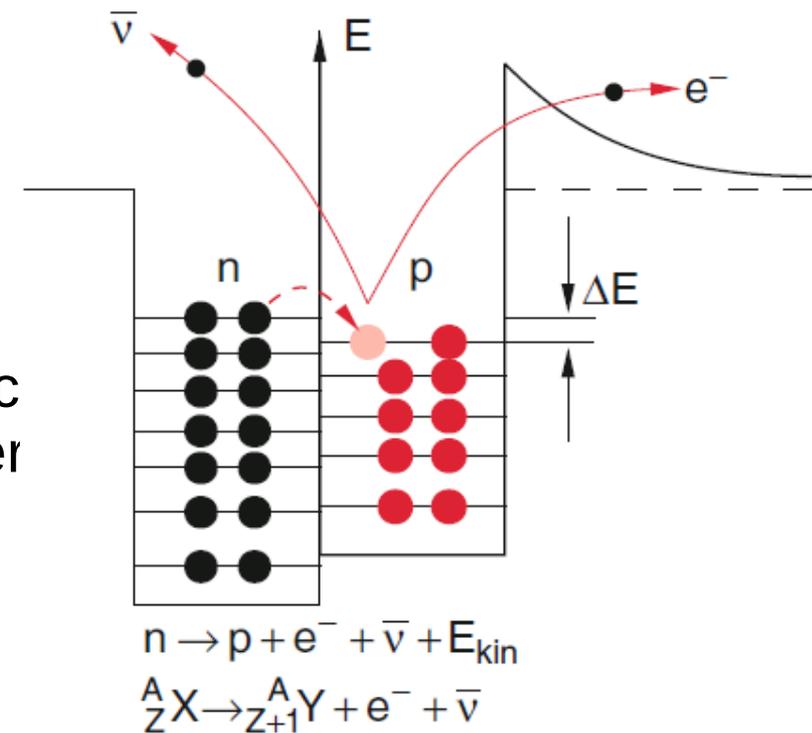
- Das Neutrino konnte erst 25 Jahre später experimentell nachgewiesen werden!

Neutrinoeigenschaften:

- in Wasser eine sehr große MFP von ~ 1000 LJ ! (nahezu keine Wechselwirkungen)
- sehr kleine Masse (aber nicht masselos!)
- seit Urknall das häufigste Teilchen im Universum

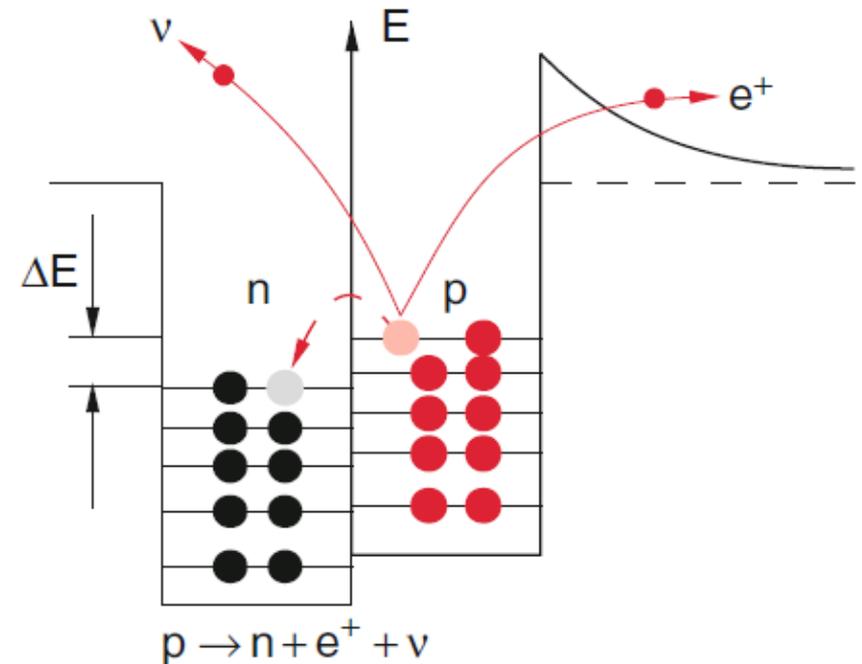
β^- -Zerfall Modellvorstellung

- Zerfallsgleichung: ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + \beta^- + \bar{\nu}$
- Elektron „im Kern“ unmöglich durch Unschärferelation
- entsteht direkt bei Umwandlung und verlässt sofort den Kern
- Halbwertszeit Neutron: 887s
- (Proton: $> 10^{32}$ Jahre)
- Zerfall möglich, wenn Neutron durch Umwandlung in Proton zu niedriger Energieniveau führt



β^+ -Zerfall

- Zerfallsgleichung: ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} Y + \beta^+ + \nu$
- nur möglich, wenn Umwandlung von Proton in Neutron einen Energievorteil im Kern bringt!





- bei natürlicher radioaktiver Strahlung entstehen auch hochenergetische Photonen
- (nur in Verbindung mit α - und β -Strahlung)
- Ursprung=Energieübergänge in Atomkern, $\Delta E=10^4$ - 10^7 eV
- Energetische Anregung ist möglich durch:
 - radioaktiven Zerfall instabiler Kerne (natürliche Gammastrahlung)
 - Beschuss stabiler Kerne mit energiereichen Photonen, Neutronen, Protonen (künstlich erzeugte Gammastrahlung)

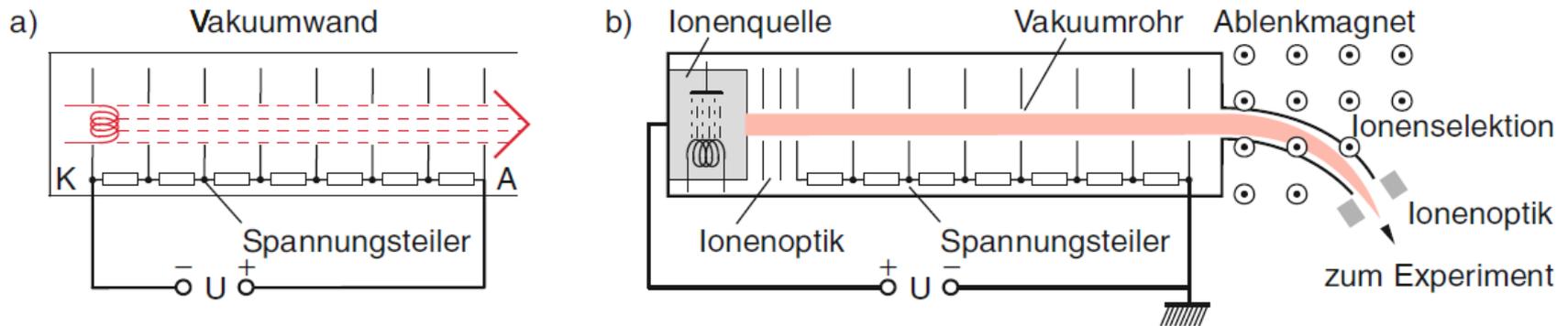
Zerfallsbedingung



- Zerfall möglich wenn Masse des Mutterkerns größer ist als die Masse der Tochterkerne
- Kerne mit geradem N und Z sind besonders stabil (g-g)
- (u-u)-Kerne sind besonders instabil
- Endelement aller Zerfallsketten ist ein Blei-Isotop
- α -Strahler eher bei schweren Elementen ($A > 205$)

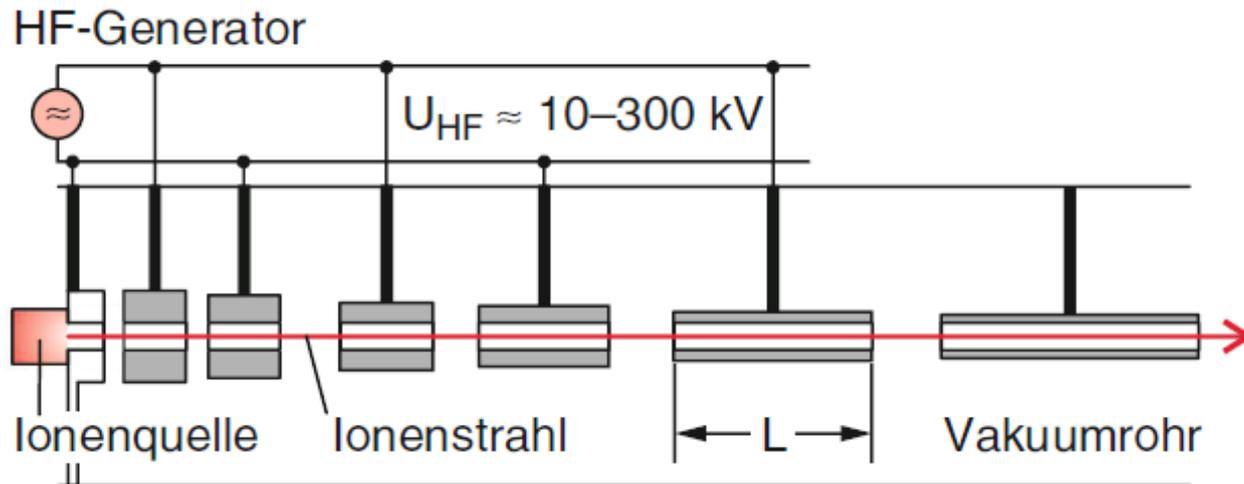
Linearbeschleuniger

- Glühemission oder Ionenquelle
- konstante Spannungsabfälle zur Beschleunigung
- Spannungen bis $\sim 10^6$ V



Hochfrequenzbeschleuniger

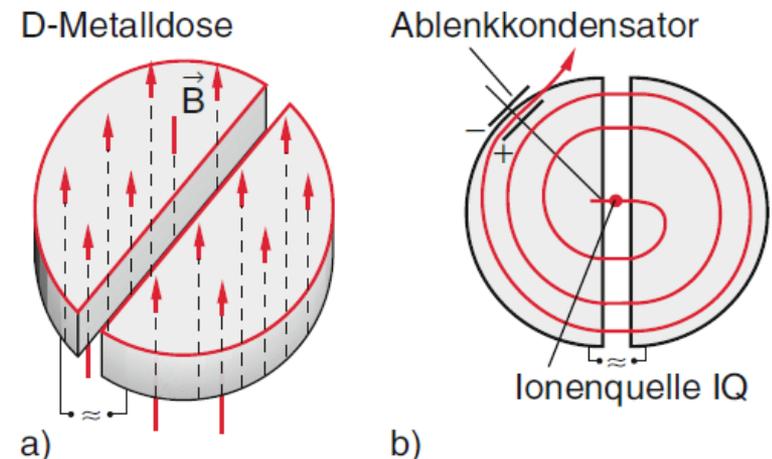
- Wechselspannung zur Beschleunigung
- immer korrekt in Phase, um positive Beschleunigung zu bewirken
- Frequenz = konst \rightarrow Länge der Elemente muss sich ändern





- Hochfrequente Spannung zwischen 2 Hälften einer Vakuum-Kammer
- jeweils im Zwischenraum Beschleunigung
- In den Kammer nur B-Feld (kein E-Feld) -> Kreisbahn
- bei relativistischer Betrachtung muss die Frequenz erhöht werden (sweepen)
- maximale Ausbeute:

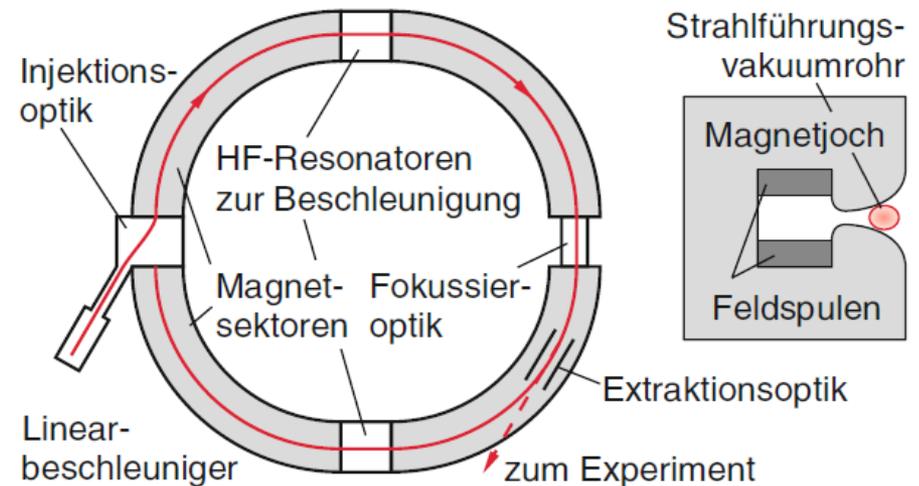
$$E_{kin,max} = \frac{q^2}{2m} \cdot (R \cdot B)^2$$



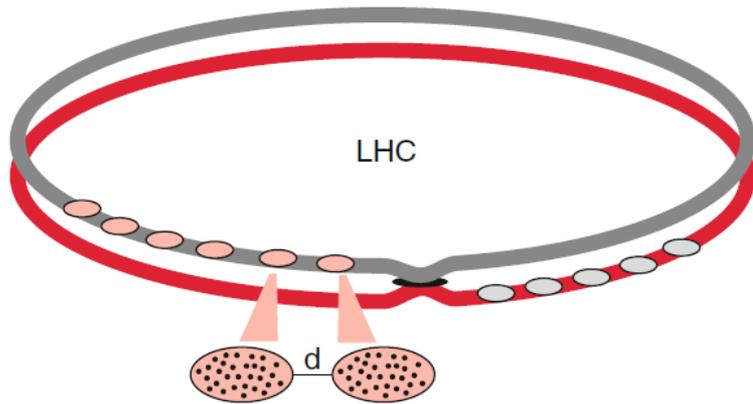


- vorbeschleunigung durch Linearbeschleuniger
- Teilchen im Vakuumrohr im Magnetfeld
- HF-Beschleunigungsspannung zwischen den Segmenten
- Magnetfeld muss stetig ansteigen, damit Teilchenbahn stabil bleibt
- f muss mit B synchronisiert werden:

$$f = \frac{k}{2 \pi \sqrt{(r_0/c)^2 + (m_0/qB)^2}}$$



LHC





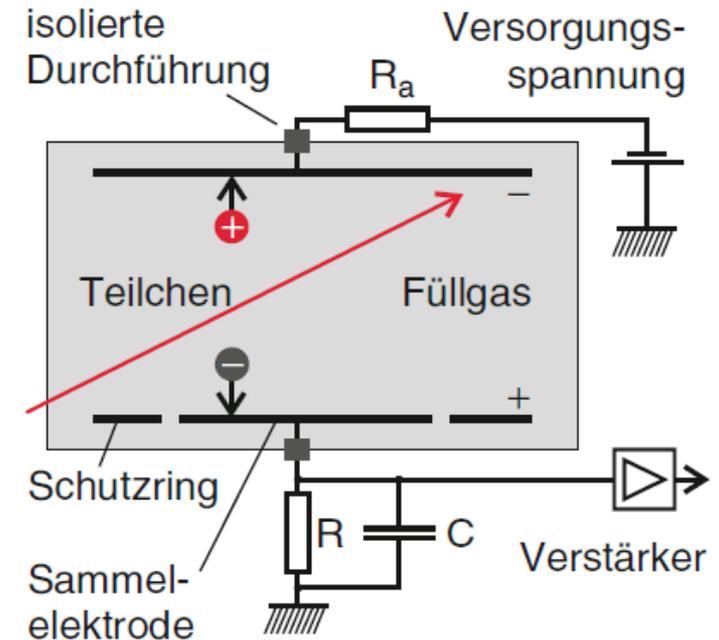
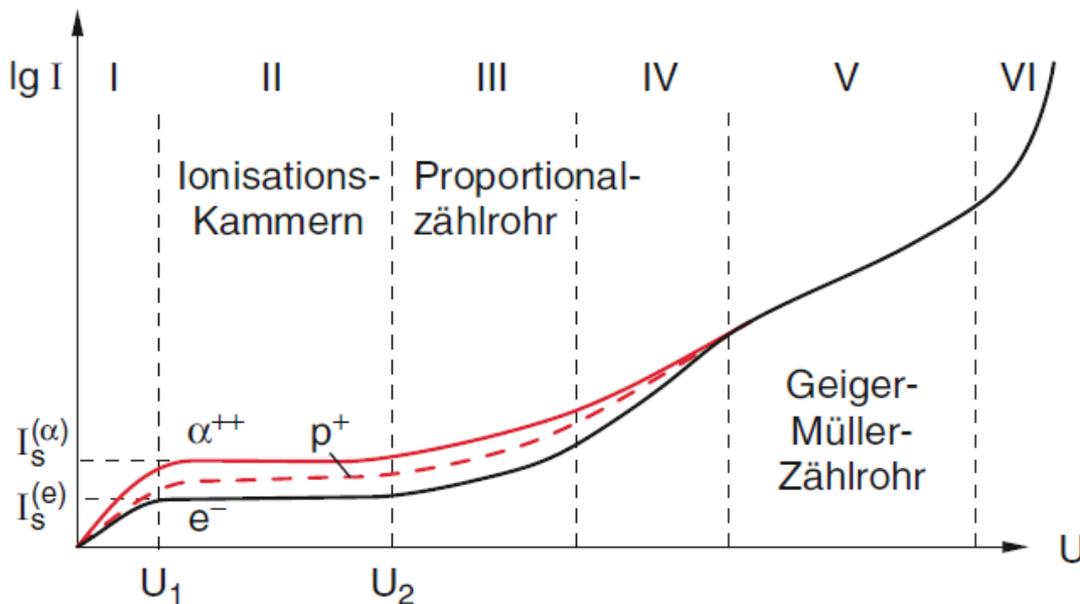
- ... zum Nachweis von Teilchen, Energiemessung, Impulsmessung
- Prinzip: Nutzung von Anregung/Ionisation von anderen Molekülen/Atomen

Einteilung in:

- Nachweisgeräte
- Spurendetektoren
- Energieauflösende Detektoren
- Kombination der oberen

Ionisationskammer

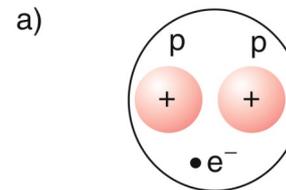
- zwei Elektroden an gasgefüllter Kammer
- angelegte Spannung entscheidet über Betriebsart





Aufbau der Kerne

- zunächst Vorstellung: Elektronen im Kern sorgen für Eliminierung einiger Ladungen
- ab 1920 Rutherford: Kern besteht aus Protonen und Neutronen
- Protonen und Neutronen haben Spin 1/2
- Kern besteht aus Z Protonen und A-Z Neutronen:



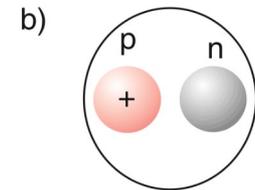
$$\bar{l}_1 \uparrow \bar{l}_2 \uparrow \bar{s}_e$$

$$\bar{l}_1 \uparrow \downarrow \bar{l}_2 \uparrow \bar{s}_e$$

$$l = \frac{1}{2}$$

$$\bar{l}_1 \uparrow \bar{l}_2 \uparrow \uparrow \bar{s}_e$$

$$l = \frac{3}{2}$$



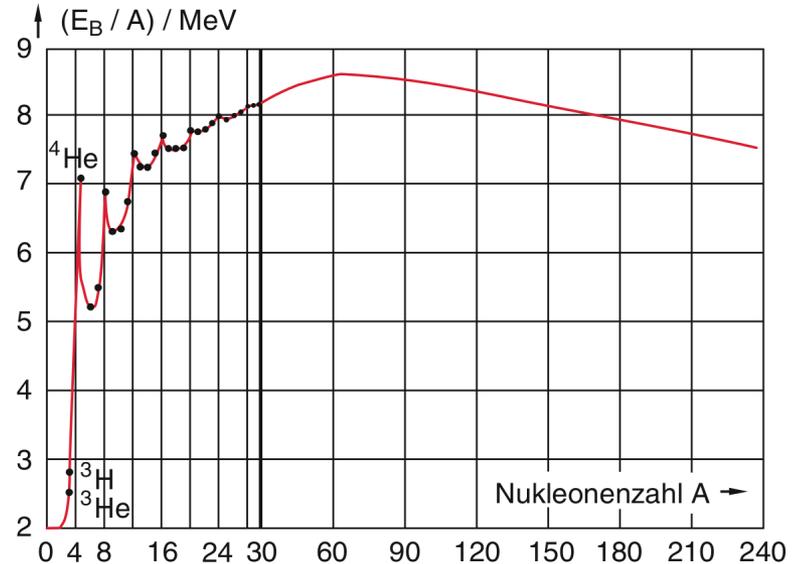
$$l_p = \frac{1}{2} \uparrow$$

$$l_n = \frac{1}{2} \uparrow$$

$$l = 1$$

Bindungsenergie

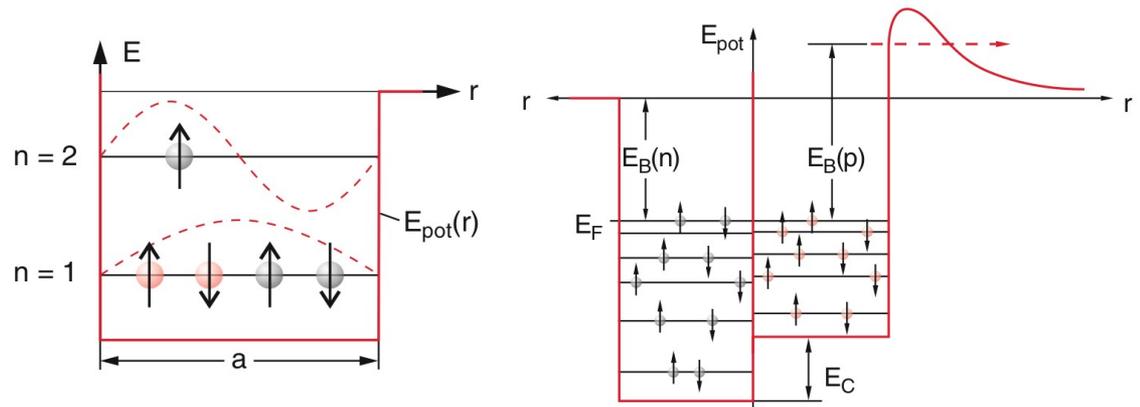
- Bindungsenergie pro Nukleon ist nicht konstant!
- Maximum bei Nickel/Eisen
- kleine Kerne: Energie aus Fusion
- große Kerne: Energie durch Spaltung



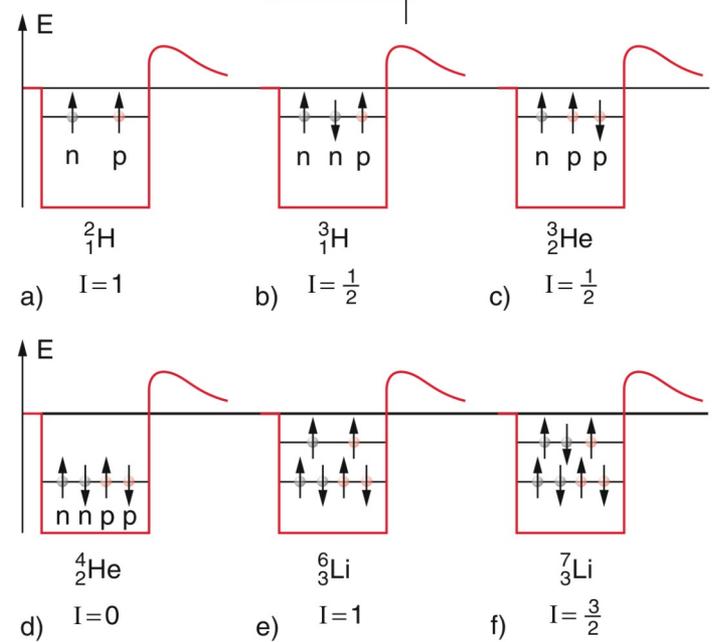
Konfiguration/Pauli-Prinzip

- Kernkräfte als Kasten Potential (Breite a)

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m} k_n^2; k_n = n \cdot \pi/a$$



- Spin jeweils 1/2 -> Fermionen
- Pauli-Prinzip muss gelten!
- jedes E-Niveau kann nur mit 2 p/n besetzt werden (Spin up/down)
- Protonenenergie liegt wegen Coulomb-Abstoßung höher

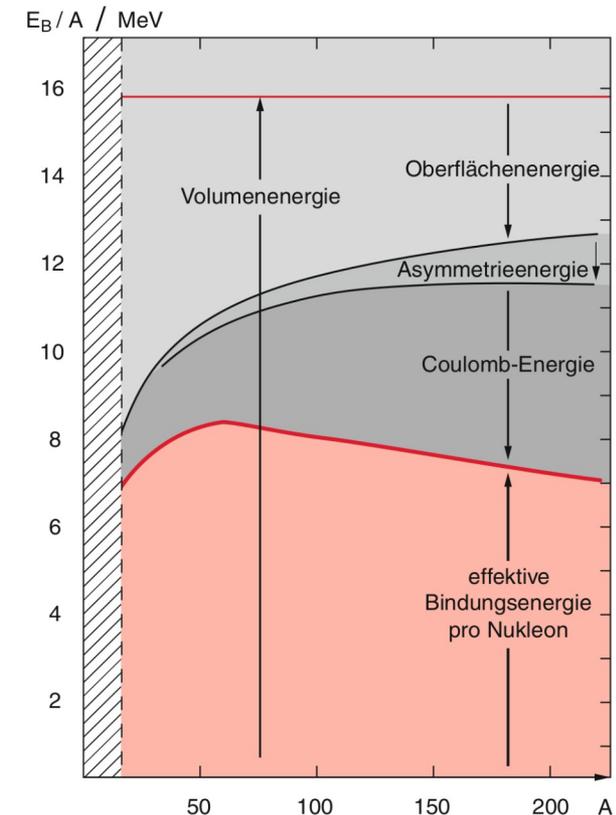
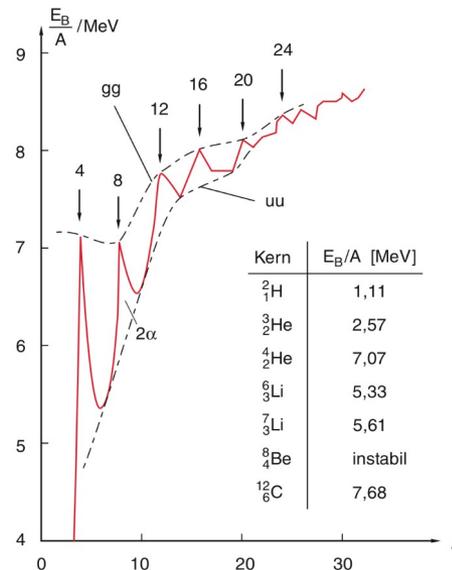


Tröpfchenmodell

- Bethe-Weizsäcker-Formel aus Analogie zu Flüssigkeitströpfchen:

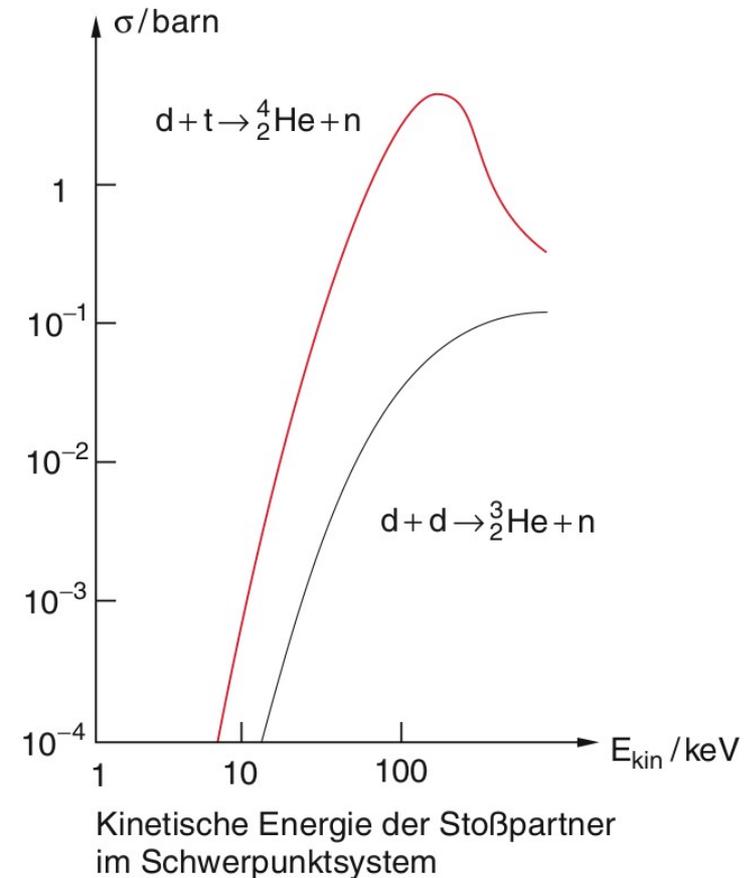
$$\begin{aligned}
 E_B &= \Delta M \cdot c^2 = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n - M_K) c^2 \\
 &= a_V A - a_S A^{2/3} - a_F (N - Z)^2 \cdot A^{-1} \\
 &\quad - a_C Z^2 \cdot A^{-1/3} + \delta \cdot a_p A^{-1/2}
 \end{aligned}$$

- Volumenanteil
- Oberflächenanteil
- Asymmetrie-Anteil
- Coulomb-Abstoßung
- Paarungsanteil



Kernreaktionen

- inelastische Streuung:
$$a(E) + X \rightarrow X^* + a(E - \Delta E)$$
- reaktive Streuung:
$$a + X \rightarrow Y + b$$
- Stoßinduzierte Spaltung:
$$a + X \rightarrow (aX)^* \rightarrow Y_1 + Y_2 + \nu \cdot n$$
- Compound-Kern:
 - kurzzeitige Verschmelzung der Eingangspartner
 - nach Anregung wieder Zerfall





Erhaltungsgrößen in der Kernphysik

- Nukleonenzahl (unterhalb der Energien zur Bildung neuer Teilchen):

$$A_1 + A_2 = A_3 + A_4$$

- elektrische Ladung

- Gesamtdrehimpulse: $Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$

- Parität (Wfkt. bei Spiegelung am Ursprung):
 $J(a+X) = J(b+Y)$

- gerades I : gerade Parität
- ungerades I : ungerade Parität

Altersbestimmung mit ^{14}C -Methode

- durch kosmische Strahlung + Protonen von der Sonne wird in oberer Atmosphäre ^{14}C gebildet

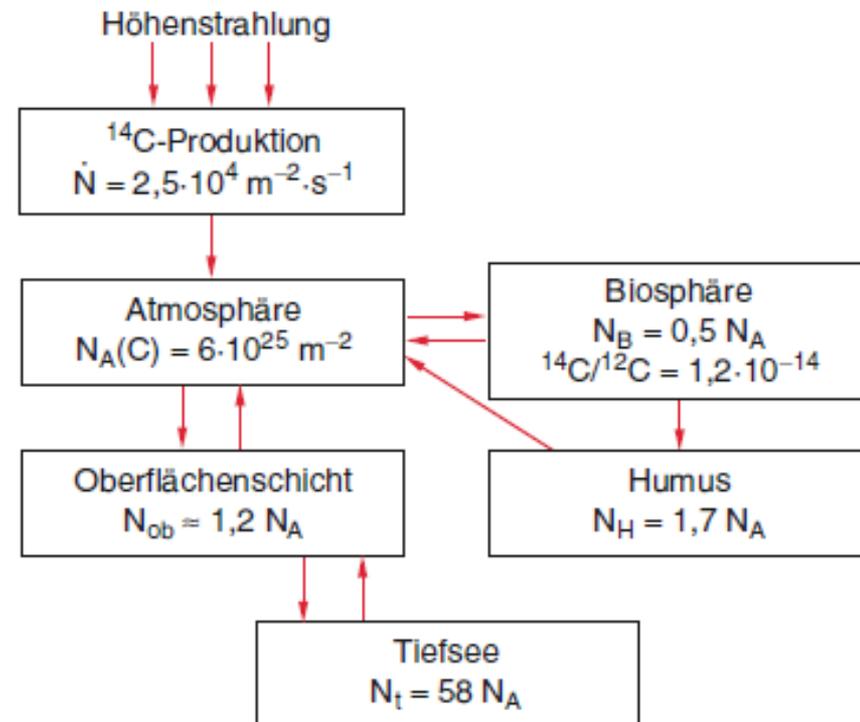
- natürliches Gleichgewicht:

$$\frac{{}^{14}\text{CO}_2}{{}^{12}\text{CO}_2} = 1.2 \cdot 10^{-12}$$

- nach ende biol. Prozesse keine Neuaufnahme
-> Verhältnis nimmt ab gemäß

$$N(t) = N(t_0) \cdot e^{-\lambda(t-t_0)}$$

$$\Delta t = t - t_0 = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{N(t)}{N(t_0)}\right)$$



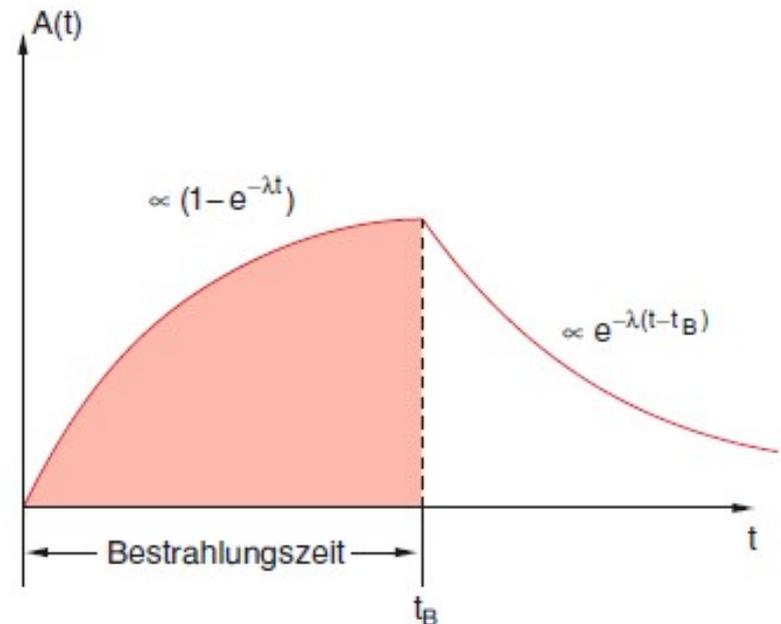


Stoßinduzierte Radioaktivität

- 1934 von Irène Curie und Frederic Curie entdeckt
- mit α -Teilchen beschossene Substanz emittierte danach β oder γ -Strahlung
- durch Neutronenbeschuss werden meist Betastrahler erzeugt
- Anwendung bei Bestrahlung (Krebstherapie):
- Aktivierung:

$$A(t_B) = \lambda N = \sigma \Phi N_0 (1 - e^{-\lambda t_B})$$

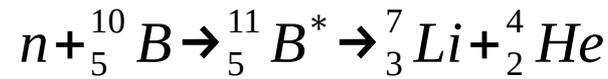
- danach exp. Abklingen





Spaltung leichter Kerne

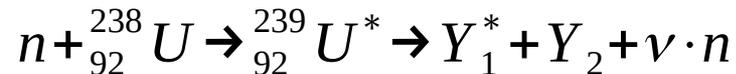
- besonders effektiv sind Neutronen, da diese die Coulomb-Barriere nicht überwinden müssen
- z.B. für Nachweisreaktionen oder Neutronenabsorption in Reaktoren:



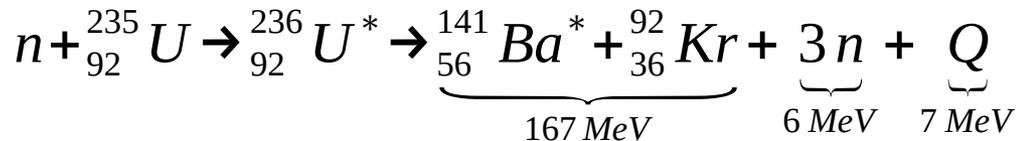
- spontane Spaltung für $Z^2/A > 51$ möglich
- in der Natur nur noch Isotope mit langer Halbwertszeit vorhanden

Spaltung schwerer Kerne

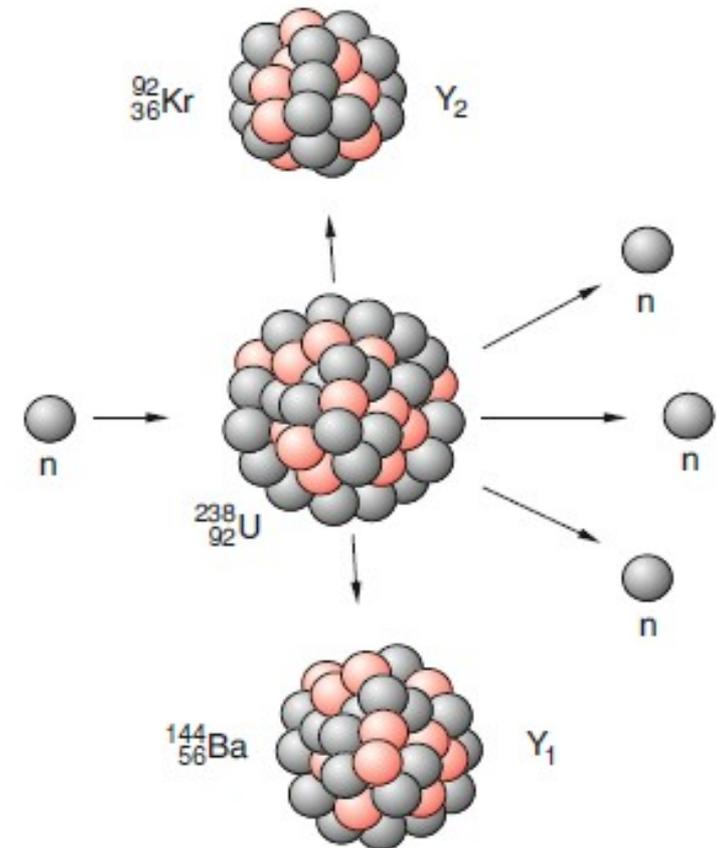
- 1934 Beschuss von Uran mit Neutronen:



- Uran-235 kann auch durch langsame Neutronen gespalten werden

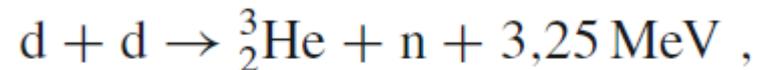
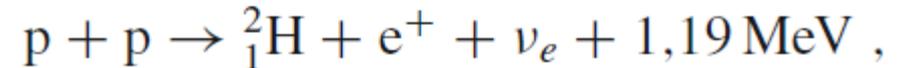


- Spaltprodukte können auch verzögert selbst Neutronen emittieren
- Reaktion oben insgesamt 210MeV

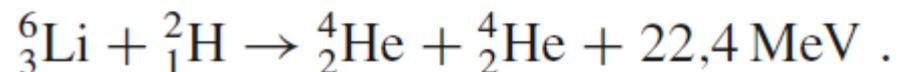
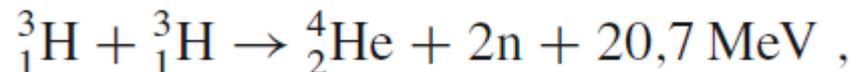
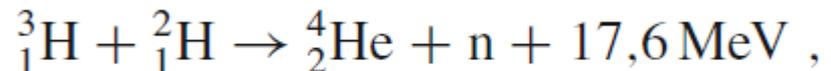




- Wenn Coulomb-Abstoßung überwunden wird, können auch Kerne miteinander verschmelzen
- am wahrscheinlichsten bei leichten Kernen (Abstoßung geringer)
- Energiegewinn ist gleich oder größer als bei Kernspaltung



- Reaktionen in der Sonne:





Teil 6 – Kerntechnische Anlagen

Experimentalphysik 4 Lehramt

SS 2022

Michael Himpel

Kettenreaktion



- Prinzip: Erzeugte Neutronen setzen erneuten Spaltungsprozess in Gang:
- ggf. Abbremsung zu schneller Neutronen, damit Reaktion wahrscheinlicher wird

$$N = N_0 \cdot e^{\frac{(k_\infty - 1) \cdot t}{T}}$$

- Reaktivität muss für stationären Betrieb 0 werden:

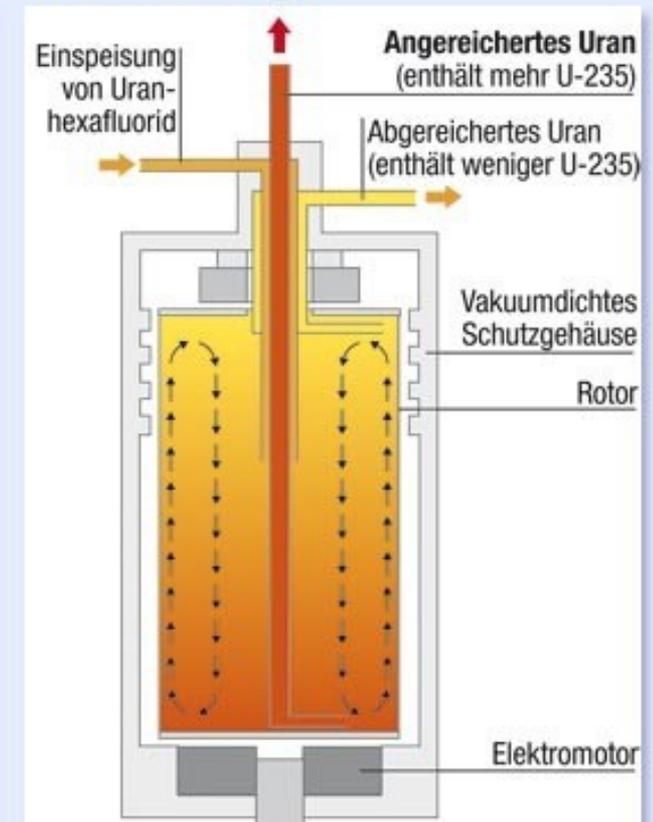
$$\sigma = \frac{k - 1}{k}$$

Anreicherung

- Für Reaktoreinsatz ist etwa 2-3%iges U-235 nötig
- durch Zentrifugen ist Massenselektion in UF_6 möglich
- technisch extrem anspruchsvoll ($f > 60000 \text{ U/min}$)
- abgereichertes Uran (40% weniger Strahlung) ist verwertbar



Gaszentrifuge zur Urananreicherung



Quelle und Grafikvorlage: Urenco Deutschland GmbH/F.A.Z.-Grafik Kaiser

Aufbau eines Kernreaktors

homogener Reaktorkern:

- Spaltstoff+Moderator vermischt

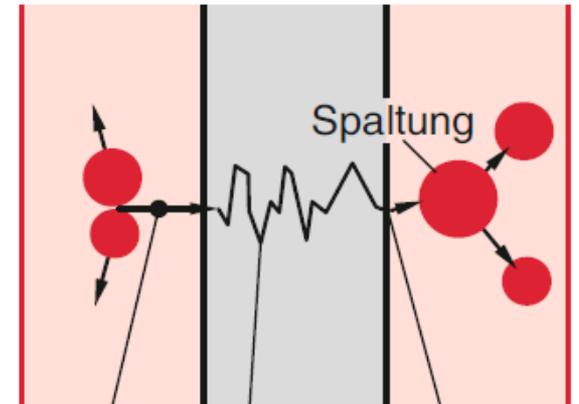
heterogener Reaktorkern:

- Spaltstoff+Moderator getrennt

Wasser-moderierte Reaktoren:

- Druckwasser: getrennte Kreisläufe für Reaktorkühlung
- Siedewasser: ein Kühlwasserkreislauf

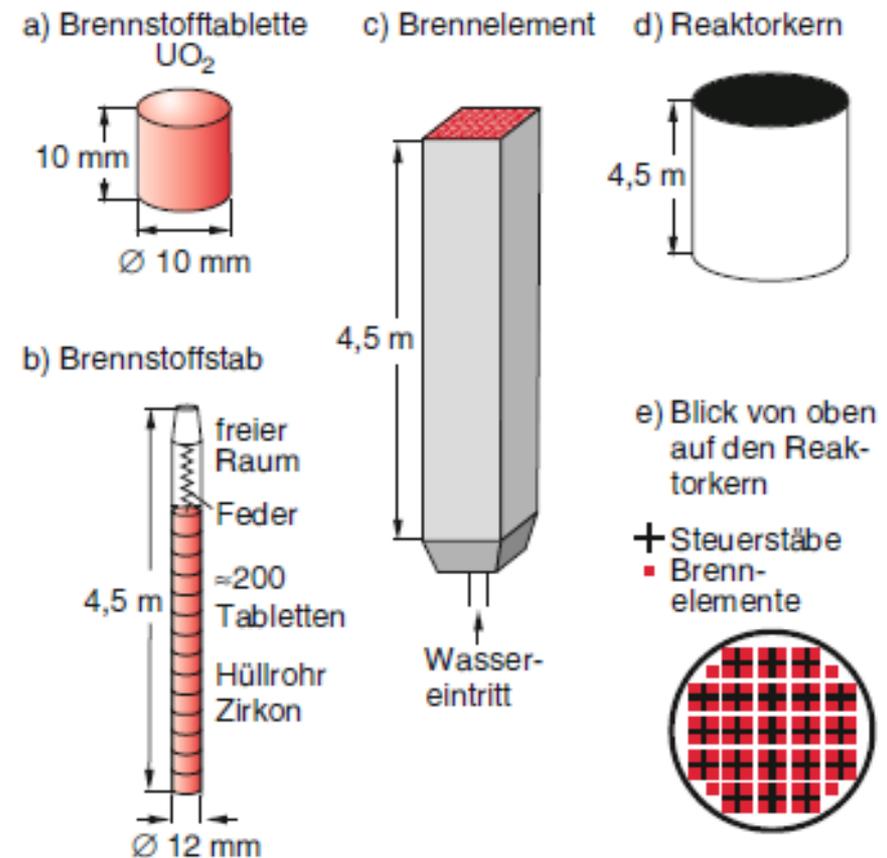
Spaltstoff Moderator Spaltstoff



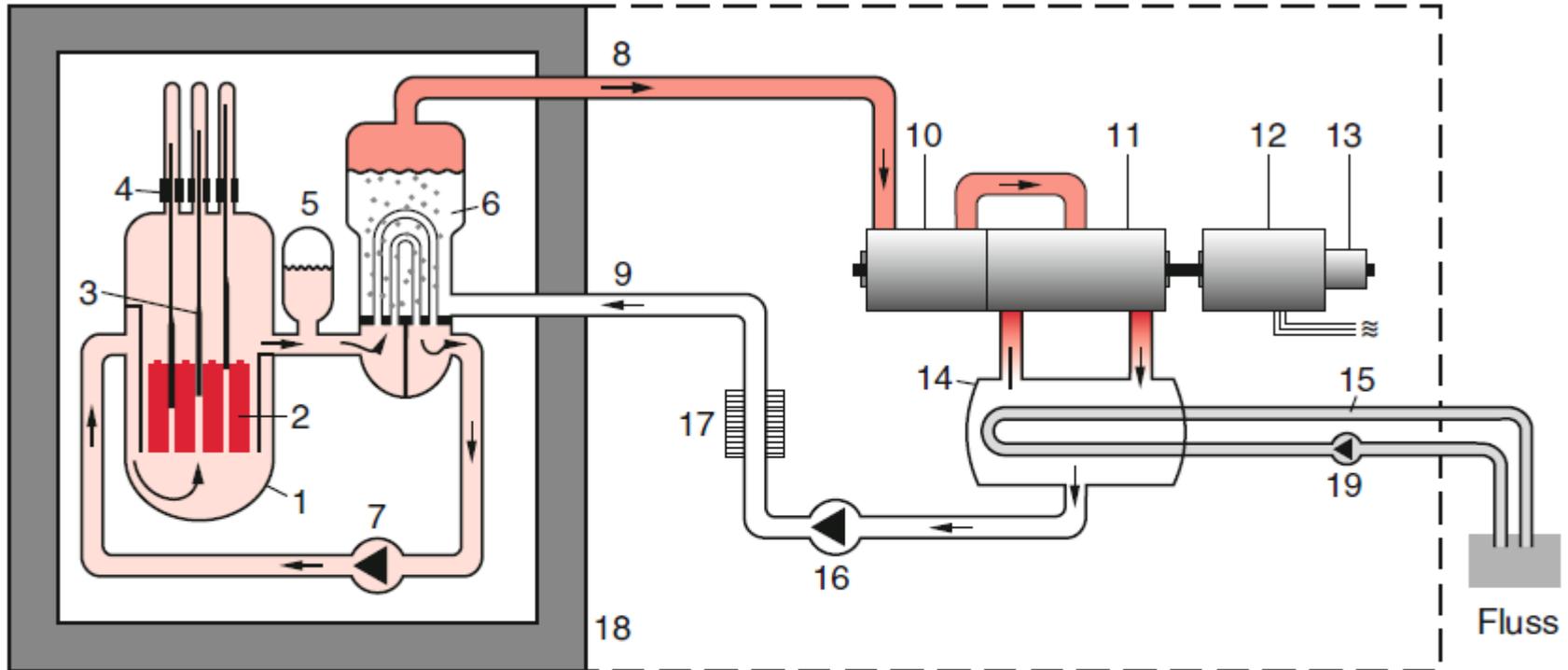
schnelles Neutron Abbremsstöße langsames Neutron

Aufbau eines Kernreaktors

- Uran wird in UO_2 -Tabletten gepresst
- Brennelemente bestehen aus ca. 20 Brennstäben
- Wasser moderiert und transportiert Wärme bei Durchfluss der Brennelemente
- Steuerelemente zwischen den Brennelementen zur Neutronenzahlsteuerung



Aufbau eines Kernreaktors



1 Reaktordruckbehälter
2 Uranbrennelemente
3 Steuerstäbe
4 Steuerstabsantriebe
5 Druckhalter

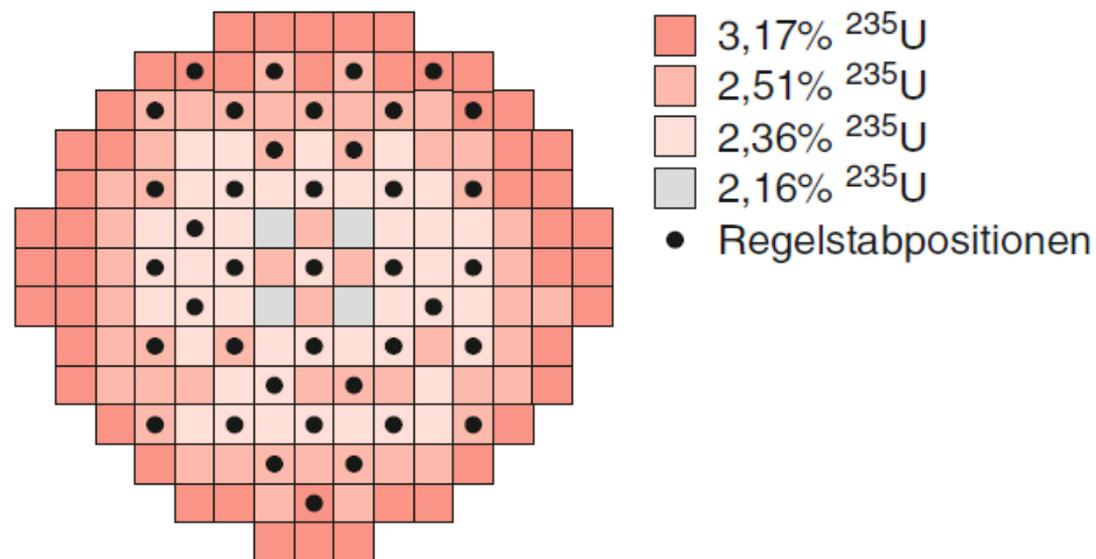
6 Dampferzeuger
7 Kühlmittelpumpe
8 Frischdampf
9 Speisewasser
10 Hochdruckteil
der Turbine

11 Niederdruckteil
der Turbine
12 Generator
13 Erregermaschine
14 Kondensator
15 Flusswasser

16 Speisewasserpumpe
17 Vorwärmanlage
18 Betonabschirmung
19 Kühlwasserpumpe

Reaktorkern

- Steuerstäbe ermöglichen Regelung
- pro Jahr ca. 30t Brennmateriale
- sukzessiver Tausch der abgebrannten Brennelemente nach innen



Sicherheitsaspekte



- Anforderung für sicheren Betrieb:
- Kettenreaktion muss kontrollierbar bleiben
- Wärmeabfuhr muss gesichert sein, damit es nicht zu einer Überhitzung kommt (Kernschmelze)
- ionisierende Strahlung muss abgeschirmt sein
- radioaktives Material (Betrieb, Transport, Abfall) darf nicht in Biosphäre gelangen



Kernfusion - Konzepte

- Problemstellung:
- hohe Temperatur über lange Zeit aufrecht erhalten, damit Coulomb-Barriere überwunden werden kann

- Aussichtsreichste Reaktion:

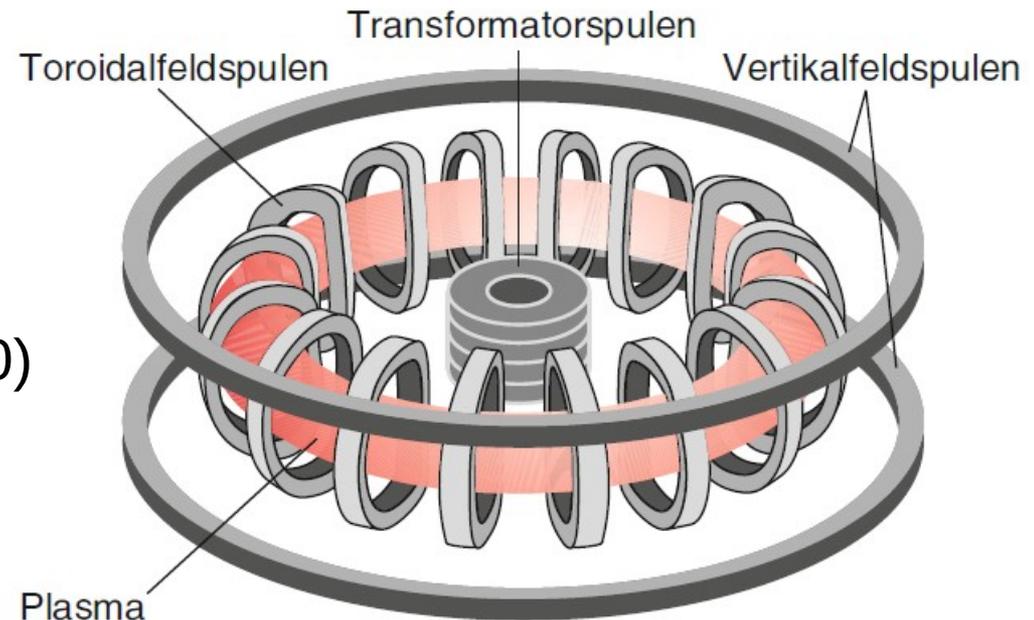


- Fusionsparameter: $F = n \cdot \tau \cdot t$
- Magnetischer Einschluss:
 - Einfang+Aufheizen in Magnetfeldern
- Trägheitsfusion:
 - Laserbeschuss eines DT-Targets

Fusionskraftwerke - Tokamak

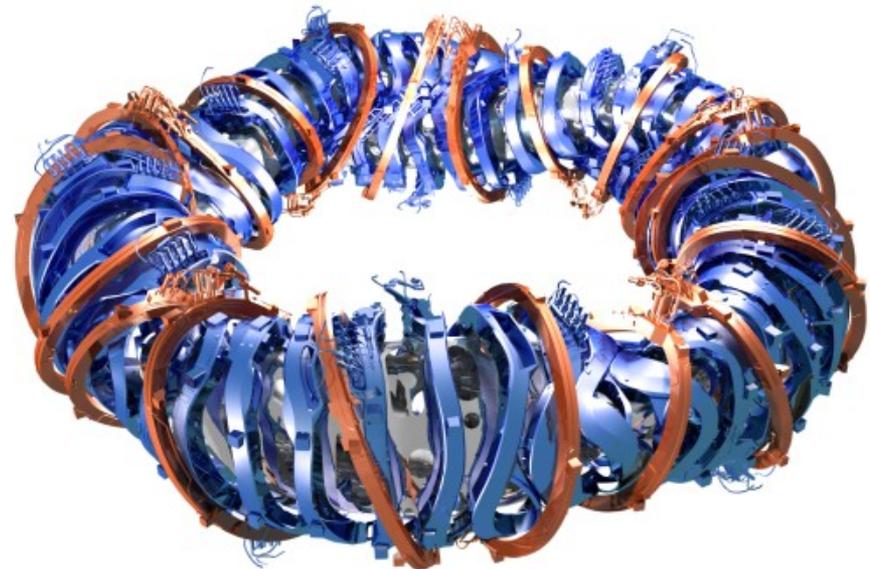


- Durch vertikal- und toroidale Spulen wird das Plasma im Vakuum gehalten.
- Ansteigender Strom durch Zentralspulen erzeugt einen Strom des Plasmas (Heizung)
- Gesamtfeld sorgt für Einschluss
- JET momentan führend
- ITER als finales Experiment geplant ($Q=10$)



Fusionskraftwerke - Stellarator

- kein ansteigender Strom nötig (also prinzipiell Dauerbetrieb möglich)
- auf Kosten einer komplexen Spulengeometrie
- Wendelstein-7X momentan führend, bei Einschlussqualität
- Heizung durch Mikrowellen, Neutralteilchen, Strom



Trägheitsfusion - NIF

- DT-Mischung in kleine Kugel gepresst
- Durch große Laserleistung implodiert der Mantel und sorgt für großen Druck+Temperatur
- sehr hohe Prozessfrequenz für Betrieb nötig
- (keine Reaktortauglichkeit absehbar)
- hauptsächlich militärische Forschung zur Verbesserung von H-Bomben

