

Ein Teddybär für Philosophen

Grammatik, Logik, Definitorik

„Break every rule!“

Tina Turner

1. Grammatik für Standardsprachen erster Stufe

Sprachliche Gegebenheiten lassen sich im Lichte verschiedener Grammatiken betrachten. Grammatiken, die zum Zwecke der Analyse und Organisation kognitiver Redehandlungen konzipiert werden, heißen *logische Grammatiken*. Aus der Vielzahl logischer Grammatiken interessiert im folgenden ausschließlich die *Standardgrammatik erster Stufe*. Sprachen mit einer solchen Grammatik sind *Standardsprachen erster Stufe*.

Die Klasse der *(Individuen)Konstanten* α , der *(Individuen)Parameter* β , der *(Individuen)Variablen* ω , der n -stelligen *Funktoren* φ^n (mit $n \geq 1$), der n -stelligen *Prädikatoren* ϕ^n (mit $n \geq 1$), der n -stelligen *Junktoren* ψ^n (mit $n \geq 1$), der *Quantifikatoren* Π und der *Performatoren* Ξ bilden die *atomaren Kategorien* einer Standardsprache erster Stufe. Elemente einer atomaren Kategorie sind *atomare Ausdrücke*.

Konstanten, Variablen und Parameter sind *atomare Terme*. ϑ ist genau dann ein *Term*, wenn ϑ Atomterm ist oder aus der Anwendung eines n -stelligen Funktors φ^n auf n Terme $\vartheta_1, \dots, \vartheta_n$ entsteht. Terme, die keine atomaren Terme sind, sind *funktorielle Terme*. ϑ ist *Teilterm des Terms* ϑ' genau dann, wenn (i) ϑ' atomarer Term ist und $\vartheta = \vartheta'$ oder (ii) ϑ' ist funktorieller Term $\varphi^n(\vartheta_1, \dots, \vartheta_n)$ und (ii-i) $\vartheta = \vartheta'$ oder (ii-ii) ϑ ist Teilterm des Terms ϑ_i für wenigstens ein i mit $1 \leq i \leq n$. - ϑ ist ein *in ω offener Term* genau dann, wenn ω eine Variable und Teilterm des Terms ϑ ist. ϑ ist ein *offener Term*, falls es ein ω gibt, so daß ϑ ein in ω offener Term ist. *Geschlossene Terme* sind Terme, aber keine offenen Terme. *Nominatoren* sind die geschlossenen Terme, die keine Parameter zum Teilterm haben.

Γ ist eine *Elementarformel* genau dann, wenn es einen n-stelligen Prädikator ϕ^n und n Terme $\vartheta_1, \dots, \vartheta_n$ gibt, so daß Γ das Ergebnis der Anwendung des Prädikators auf die n Terme ist. Γ ist eine *Formel* genau dann, wenn (i) Γ eine Elementarformel ist oder (ii) es einen n-stelligen Junktoren ψ^n und n Formeln $\Gamma_1, \dots, \Gamma_n$ gibt, so daß Γ das Ergebnis der Anwendung des Junktors auf die n Formeln ist oder (iii) es gibt einen Quantor K und eine Formel B , so daß Γ das Ergebnis der Anwendung von K auf B ist. In Erläuterung der dritten Bestimmung ist festzuhalten: K ist ein ω -bindender Quantor genau dann, wenn es einen Quantifikator Π gibt, ω Variable ist und K das Resultat der Anwendung von Π auf ω ist. K ist ein Quantor genau dann, wenn es ein ω gibt, so daß K ein ω -bindender Quantor ist. - Formeln nach (ii) sind *Junktormformeln*, Formeln nach (iii) sind *Quantormformeln*. - Im weiteren werden an Junktoren der Negator ' \neg ___', der Konjunktoren ' $_ \& _$ ', der Adjunktoren ' $_ \vee _$ ', der Subjunktoren ' $_ \rightarrow _$ ' und der Bisjunktoren ' $_ \leftrightarrow _$ ' verwendet. Aus der Klasse der Quantifikatoren wird der Allquantifikator ' $\omega..$ ', der Partikularquantifikator ' $\xi..$ ' und der Einsquantifikator ' $1..$ ' benötigt. Der Ausdruck $\omega/\xi\omega/1\omega$ ist der ω -bindende All-/Partikular-/Einsquantor.

Γ ist eine *Teilformel von* Γ' genau dann, wenn (i) Γ' eine Elementarformel ist und $\Gamma = \Gamma'$ ist, oder (ii) wenn Γ' Junktormformel $\psi^n(\Gamma_1, \dots, \Gamma_n)$ ist und (ii-i) $\Gamma = \Gamma'$ oder (ii-ii) Γ ist Teilformel eines Γ_i mit $1 \leq i \leq n$, oder (iii) Γ' ist Quantormformel $\Pi\omega B$ und (iii-i) $\Gamma = \Gamma'$ oder (iii-ii) Γ ist Teilformel von B . - ϑ ist *Teilterm der Formel* Γ genau dann, wenn es einen n-stelligen Prädikator ϕ^n sowie n Terme $\vartheta_1, \dots, \vartheta_n$ gibt, so daß $\phi^n(\vartheta_1, \dots, \vartheta_n)$ Teilformel von Γ ist und für wenigstens ein i $1 \leq i \leq n$ gilt: ϑ ist Teilterm eines Terms ϑ_i . - ω ist *frei in* B genau dann, wenn (i) ω eine Variable, B eine Atomformel und ω Teilterm der Formel B ist oder (ii) wenn B eine Formel $\psi^n(\Gamma_1, \dots, \Gamma_n)$ ist und für wenigstens ein i mit $1 \leq i \leq n$ gilt: ω ist frei in Γ_i oder (iii) wenn B eine Formel $\Pi\xi\Gamma$ ist, ω verschieden von ξ und frei in Γ ist. ω ist *gebunden in* B genau dann, wenn ω Variable und B eine Formel ist und es einen Quantifikator Π sowie eine Formel Γ gibt, so daß $\Pi\omega\Gamma$ Teilformel von B ist. Γ ist *in* ω *offene Formel* genau dann, wenn ω in Γ frei ist. Γ ist *offene Formel* genau dann, wenn es wenigstens ein ω gibt, so daß Γ in ω offene Formel ist. Hingegen ist Γ eine *geschlossene Formel*, wenn Γ eine Formel ist, in der keine Variable ω frei ist. Aussagen sind geschlossene Formeln, die keine Parameter zum Teilterm haben. Γ ist *All-/Partikular-/ Einsquantifikation von* B bzgl. ω , wenn Γ aus der Anwendung des ω -bindenden All-/Partikular-/ Einsquantors auf B entsteht, wobei in B genau ω frei ist. Als Schreibkonvention sei vereinbart: Sind in einer Formel B genau die Variablen $\omega_1, \dots, \omega_n$ frei, so wird das durch Verwendung von

[1] $B^{\omega_1, \dots, \omega_n}$

mitgeteilt. - Σ ist ein Satz genau dann, wenn Σ das Resultat der Anwendung eines Performators Ξ auf eine geschlossene Formel Γ ist.

Die Klasse der Quantoren, der funktoriellen Terme, der Formeln und der Sätze bilden die *molekularen Kategorien*. Elemente der molekularen Kategorien sind *molekulare Ausdrücke*. Die Ausdrücke einer Sprache sind ihre atomaren oder ihre molekularen Ausdrücke. - μ ist Teilausdruck des Terms ϑ genau dann, wenn μ Teilterm des Terms ϑ ist oder wenn μ Funktor eines Teilterms des Terms ϑ ist. μ ist Teilausdruck des Quantors K genau dann, wenn μ Quantifikator oder Variable von K ist oder mit K identisch ist. μ ist Teilausdruck der Formel Γ genau dann, wenn (i) μ ist Teilformel der Formel Γ oder (ii) es gibt eine Teilformel Γ' von Γ , so daß μ Junktor von Γ' ist, oder (iii) es gibt eine Teilformel Γ' von Γ , so daß ein K Quantor von Γ' ist und μ Teilausdruck des Quantors K ist oder (iv) es gibt eine Atomformel Γ' , die Teilformel von Γ ist, und μ ist Prädikator von Γ oder (v) es gibt ein ϑ , so daß ϑ Teilterm der Formel Γ ist und μ ist Teilausdruck des Terms ϑ . μ ist Teilausdruck von Σ genau dann, wenn Σ ein Satz $\Xi\Gamma$ ist, so daß μ Teilausdruck der Formel Γ ist oder μ mit Σ oder mit Ξ identisch ist. *Atomare Teilausdrücke* - gleichgültig wovon - sind Teilausdrücke, die atomare Ausdrücke sind. - Für die hier fälligen Definitionen der verschiedenen Substitutionsbegriffe sei wegen des Aufwandes auf die Literatur verwiesen.¹

¹ Für die Definition der verschiedenen Substitutionsbegriffe ist insbesondere auf Kleinknecht 1979, Kap. 1, zu verweisen. Für die Definitionstheorie bevorzugt wichtig ist die ebd. § 3.8 behandelte Substitution von Formeln für Individuenkonstanten, Prädikatoren und Funktoren. – Die informelle Skizze der grammatischen Terminologie ist im Bedarfsfall einer rigorosen strukturellen Ausarbeitung fähig; vgl. z.B. Hinst 1985, Kap. 2.1.

2. Ein Regelwerk für das Schließen: Logik

P1 Wenn man eine Aussage Γ angenommen hat, dann hat man Γ in Abhängigkeit von $\{\Gamma\}$ gewonnen.

P2 Wenn man eine Aussage Γ in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge X gefolgert hat, dann hat man Γ in Abhängigkeit von X gewonnen.

AR Man darf jede beliebige Aussage (der jeweils zugrundegelegten Sprache) annehmen.

NE Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge X eine Aussage Γ gewonnen und in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge Z die Negation von Γ gewonnen hat, wobei eine Aussage $A \in X \cup Z$, dann darf man in Abhängigkeit von $(X \cup Z) \setminus \{A\}$ die Negation von A folgern.

NB Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge X die Negation der Negation einer Aussage Γ gewonnen hat, dann darf man Γ in Abhängigkeit von X folgern.

KE Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge X eine Aussage Γ und in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge Z eine Aussage B gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von $X \cup Z$ die Konjunktion aus Γ und B folgern.

KB Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge X die Konjunktion aus einer Aussage B und einer Aussage Γ gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von X sowohl B als auch Γ folgern.

AE Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge X eine Aussage Γ gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von X sowohl die Adjunktion aus einer Aussage B und Γ als auch die Adjunktion aus Γ und B folgern.

- AB Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge X die Adjunktion aus einer Aussage A und einer Aussage B gewonnen hat und in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge Z , wobei $A \in Z$, eine Aussage Γ und in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge Y , wobei $B \in Y$, ebenfalls Γ gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von $X \cup (Z \setminus \{A\}) \cup (Y \setminus \{B\})$ die Aussage Γ folgern.
- SE Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge Y , wobei eine Aussage $B \in Y$, eine Aussage Γ gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von $Y \setminus \{B\}$ die Subjunktion aus B und Γ folgern.
- SB Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge X die Subjunktion aus einer Aussage A und einer Aussage B gewonnen hat, wenn man ferner in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge Y die Aussage A gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von $X \cup Y$ die Aussage B folgern.
- BE Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge X die Subjunktion aus einer Aussage A und einer Aussage B und in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge Y die Subjunktion aus B und A gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von $X \cup Y$ die Bisubjunktion aus A und B folgern.
- BB Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge X die Bisubjunktion aus Aussagen A und B gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von X sowohl die Subjunktion aus A und B wie auch die Subjunktion aus B und A folgern.
-
- UE Wenn man das Ergebnis der Substitution eines Parameters β für eine Variable ω in einer Formel B , in der höchstens ω frei ist, in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge X gewonnen hat, wobei β weder Teilterm von B noch Teilterm einer Aussage $\Gamma \in X$ ist, dann darf man in Abhängigkeit von X die Universalquantifikation von B bzgl ω folgern.
- UB Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge X die Universalquantifikation einer Formel B bzgl. ω gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von X das Ergebnis der Substitution eines geschlossenen Terms θ für ω in B folgern.

- PE Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge X das Ergebnis der Substitution eines geschlossenen Terms θ für eine Variable ω in einer Formel B , in der höchstens ω frei ist, gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von X die Partikularquantifikation von B bzgl. ω folgern.
- PB Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge X die Partikularquantifikation einer Formel B bzgl. ω und in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge Y die Aussage Γ gewonnen hat, wobei das Ergebnis der Substitution des Parameters β für ω in B Element von Y und β nicht Teilterm eines $A \in Y \cup \{B, \Gamma\}$, außer von $[\beta, \omega, B]$, ist, dann darf man in Abhängigkeit von $X \cup (Y \setminus \{[\beta, \omega, B]\})$ die Aussage Γ folgern.
- EE Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge X die Partikularquantifikation einer Formel B bzgl. ω gewonnen hat und wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge Y die Höchstens-ein-Quantifikation von B bzgl. ω gewonnen hat, dann darf man in Abhängigkeit von $X \cup Y$ die Einzigkeitsquantifikation von B bzgl. ω folgern.
- EB Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge X die Einzigkeitsquantifikation einer Formel B bzgl. ω gewonnen hat, dann darf man sowohl die Partikularquantifikation als auch die Höchstens-ein-Quantifikation von B bzgl. ω in Abhängigkeit von X folgern.
-
- IE Man darf in Abhängigkeit von der leeren Menge jede geschlossene Identitätsformel der Art $\vartheta = \vartheta$ folgern.
- IB Wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge X eine geschlossene Identitätsformel der Art $\vartheta_1 = \vartheta_2$ gewonnen hat, wenn man in Abhängigkeit von einer Aussagenmenge Y das Ergebnis der Substitution von ϑ_1 für eine Variablen ω in einer Formel B , in der höchstens ω frei ist, gewonnen hat, also $[\vartheta_1, \omega, B]$, dann darf man in Abhängigkeit von $X \cup Y$ das Ergebnis der Substitution von ϑ_2 für ω in B , also $[\vartheta_2, \omega, B]$, folgern.

3. Ein Regelwerk für das Definieren: Definitorik

DP² Wenn:

- a) S ist eine Sprache erster Stufe,
- b) ξ_1, \dots, ξ_n sind paarweise verschiedene Variablen von S ($n \geq 1$),
- c) Φ ist ein neuer, d.h. in S noch nicht eingeführter, n-stelliger Prädikator von S ($n \geq 1$),
- d) Δ ist eine Formel von S, für die gilt:
 - da) in Δ sind höchstens ξ_1, \dots, ξ_n frei,
 - db) alle atomaren Teilausdrücke von Δ sind in S eingeführte Ausdrücke,
 - dc) in Δ ist kein S-Parameter Termlern,
- e) Γ ist eine Aussage der Form:

$$\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n (\Phi(\xi_1, \dots, \xi_n) \leftrightarrow \Delta),$$

dann darf man Γ in S definitorisch setzen.BDP³ Wenn:

- a) S ist eine Sprache erster Stufe,
- b) ξ_1, \dots, ξ_n sind paarweise verschiedene Variablen von S ($n \geq 1$),
- c) Φ ist ein neuer, d.h. in S noch nicht eingeführter, n-stelliger Prädikator von S ($n \geq 1$),
- d) Δ ist eine Formel von S, für die gilt:
 - da) in Δ sind höchstens ξ_1, \dots, ξ_n frei,
 - db) alle atomaren Teilausdrücke von Δ sind in S eingeführte Ausdrücke,
 - dc) in Δ ist kein S-Parameter Termlern,
- e) B ist eine Formel von S, für die gilt:
 - ea) in B sind höchstens ξ_1, \dots, ξ_n frei,
 - eb) alle atomaren Teilausdrücke von B sind in S eingeführte Ausdrücke,
- f) Γ ist eine Aussage von S der Art:

$$\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n (B \Rightarrow (\Phi(\xi_1, \dots, \xi_n) \leftrightarrow \Delta)),$$

dann darf man Γ in S definitorisch setzen.² Regel für die Definition von Prädikatoren³ Regel für die bedingte Definition von Prädikatoren

DFI⁴ Wenn:

- a) S ist eine Sprache erster Stufe,
- b) ξ_1, \dots, ξ_n sind paarweise verschiedene Variablen von S ($n \geq 1$),
- c) ϕ ist ein neuer, d.h. in S noch nicht eingeführter, n-stelliger Funktor,
- d) ϑ ist ein Term von S, so daß gilt:
 - da) in ϑ sind höchstens ξ_1, \dots, ξ_n frei,
 - db) alle atomaren Teilausdrücke von ϑ sind in S eingeführte Ausdrücke,
 - dc) in ϑ ist kein Parameter Termlinien,
- e) Γ ist eine Aussage der Form:

$$\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n \phi(\xi_1, \dots, \xi_n) = \vartheta,$$
 dann darf man Γ in S definitorisch setzen.

DFB⁵ Wenn:

- a) S ist eine Sprache erster Stufe,
- b) $\xi_1, \dots, \xi_n, \omega$ sind paarweise verschiedene Variablen von S ($n \geq 1$),
- c) ϕ ist ein neuer, d.h. in S noch nicht eingeführter, n-stelliger Funktor ($n \geq 1$),
- d) Δ ist eine Formel von S, für die gilt:
 - da) in Δ sind höchstens $\xi_1, \dots, \xi_n, \omega$ frei,
 - db) alle atomaren Teilausdrücke von Δ sind in S eingeführte Ausdrücke,
 - dc) kein Parameter von S ist Termlinien von Δ ,
- e) Die Aussage $\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n \exists \omega \Delta$ ist in S beweisbar,
- f) Γ ist eine Aussage der Art:

$$\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n \forall \omega (\phi(\xi_1, \dots, \xi_n) = \omega \Leftrightarrow \Delta),$$
 dann darf man Γ in S definitorisch setzen.

⁴ Regel für die Definition von Funktoren durch (universalquantifizierte) Identitäten (Gleichungen)

⁵ Regel für die Definition von Funktoren durch (universalquantifizierte) Bisubjunktionen

- DFB_{BE}⁶ Wenn:
- a) S ist eine Sprache erster Stufe,
 - b) $\xi_1, \dots, \xi_n, \omega$ sind paarweise verschiedene Variablen von S ($n \geq 1$),
 - c) ϕ ist ein neuer, d.h. in S noch nicht eingeführter, n-stelliger Funktor ($n \geq 1$),
 - d) Δ ist eine Formel von S, für die gilt:
 - da) in Δ sind höchstens $\xi_1, \dots, \xi_n, \omega$ frei,
 - db) alle atomaren Teilausdrücke von Δ sind in S eingeführte Ausdrücke,
 - dc) kein Parameter von S ist Teilterm von Δ ,
 - e) B ist eine Formel von S, für die gilt:
 - ea) höchstens ξ_1, \dots, ξ_n sind in B frei,
 - eb) in B sind nur in S schon eingeführte Ausdrücke Teilausdruck,
 - f) Aussagen der Form:

$$\forall \xi_1, \dots, \forall \xi_n (B \Rightarrow \mathbf{1} \omega \Delta)$$
 sind in S beweisbar,
 - g) α^* ist eine in S eingeführte Individuenkonstante,
 - h) Γ ist eine Aussage der Form

$$\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n \forall \omega (\phi(\xi_1, \dots, \xi_n) = \omega \Leftrightarrow (B \ \& \ \Delta) \vee (\sim B \ \& \ \omega = \alpha^*)),$$
 dann darf man Γ in S definitorisch setzen.

- BDF⁷ Wenn:
- a) S ist eine Sprache erster Stufe,
 - b) $\xi_1, \dots, \xi_n, \omega$ sind paarweise verschiedene Variablen von S ($n \geq 1$),
 - c) ϕ ist ein neuer, d.h. in S noch nicht eingeführter, n-stelliger Funktor ($n \geq 1$),
 - d) Δ ist eine Formel von S, für die gilt:
 - da) in Δ sind höchstens $\xi_1, \dots, \xi_n, \omega$ frei,
 - db) alle atomaren Teilausdrücke von Δ sind in S eingeführte Ausdrücke,
 - dc) kein Parameter von S ist Teilterm von Δ ,
 - e) B ist eine Formel von S, für die gilt:
 - ea) höchstens ξ_1, \dots, ξ_n sind in B frei,

⁶ Regel für die Definition von Funktoren durch (universalquantifizierte) Bisubjunktionen bei bedingter Einzigkeit

⁷ Regel für die bedingte Definition von Funktoren

- eb) in B sind nur in S schon eingeführte Ausdrücke Teilausdruck,
- f) Aussagen der Form:
 $\forall \xi_1, \dots, \forall \xi_n (B \Rightarrow \mathbf{1}_\omega \Delta)$
 sind in S beweisbar,
- g) Γ ist eine Aussage der Form:
 $\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n \forall \omega (B \Rightarrow (\phi(\xi_1, \dots, \xi_n) =_\omega \Delta)),$
 dann darf man Γ in S definitorisch setzen.
-

DII⁸ Wenn:

- a) S ist eine Sprache erster Stufe,
 b) α ist eine neue, d.h. in S noch nicht eingeführte, Individuenkonstante,
 c) ϑ ist ein geschlossener Term von S , so daß gilt:
 ca) alle atomaren Teilausdrücke von ϑ sind in S eingeführte Ausdrücke,
 cb) kein S -Parameter ist Teilterm von ϑ ,
 d) Γ ist eine Aussage der Art:
 $\alpha = \vartheta,$
 dann darf man Γ in S definitorisch setzen.

DIB⁹ Wenn:

- a) S ist eine Sprache erster Stufe,
 b) α ist eine neue, d.h. in S noch nicht eingeführte, Individuenkonstante,
 c) ω ist eine Variablen von S ,
 d) Δ ist eine Formel von S , für die gilt:
 da) in Δ ist höchstens ω frei,
 db) alle atomaren Teilausdrücke von Δ sind in S eingeführte Ausdrücke,
 dc) kein Parameter von S ist Teilterm von Δ ,
 e) die Einzigkeitsquantifikation von Δ , $\mathbf{1}_\omega \Delta$, bezüglich ω ist in S beweisbar,

⁸ Regel für die Definition von Individuenkonstanten durch Identitäten (Gleichheiten).

⁹ Regel für Definition von Individuenkonstanten durch (universalquantifizierte) Bisubjunktionen

f) Γ ist eine Aussage der Form:

$$\forall \omega (\alpha = \omega \Leftrightarrow \Delta),$$

dann darf man Γ in S definitorisch setzen.

DIB_{BE}¹⁰ Wenn:

- a) S ist eine Sprache erster Stufe,
- b) α ist eine neue, d.h. in S noch nicht eingeführte, Individuenkonstante,
- c) ω eine Variablen von S ,
- d) Δ ist eine Formel von S , für die gilt:
 - da) in Δ ist höchstens ω frei,
 - db) alle atomaren Teilausdrücke von Δ sind in S eingeführte Ausdrücke,
 - dc) kein Parameter von S ist Teilterm von Δ ,
- e) Aussagen der Form:

$$\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n (B \Rightarrow \mathbf{1} \omega \Delta)$$
 sind in S beweisbar,
- f) α^* ist eine in S eingeführte Individuenkonstante,
- g) Γ ist eine Aussage der Form

$$\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n \forall \omega (\alpha = \omega \Leftrightarrow (B \ \& \ \Delta) \vee (\sim B \ \& \ \omega = \alpha^*)),$$
 dann darf man Γ in S definitorisch setzen.

BDI¹¹ Wenn:

- a) S ist eine Sprache erster Stufe,
- b) α ist eine neue, d.h. in S noch nicht eingeführte, Individuenkonstante,
- c) ω eine Variablen von S ,
- d) Δ ist eine Formel von S , für die gilt:
 - da) höchstens ω ist frei in Δ ,
 - db) alle atomaren Teilausdrücke von Δ sind in S eingeführte Ausdrücke,
 - dc) kein Parameter von S ist Teilterm von Δ ,
- e) Aussagen der Form:

¹⁰ Regel für Definition von Individuenkonstanten durch (universalquantifizierte) Bisubjunktionen bei bedingter Einzigkeitsbedingung

¹¹ Regel für die bedingte Definition von Individuenkonstanten

$$\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n (B \Rightarrow \mathbf{1} \omega \Delta)$$

sind in S beweisbar,

f) Γ ist eine Aussage der Form:

$$\forall \xi_1 \dots \forall \xi_n \forall \omega (B \Rightarrow (\alpha = \omega \Leftrightarrow \Delta)),$$

dann darf man Γ in S definitorisch setzen.

