UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

Einführung in das Marketing (BWL I)

Übung

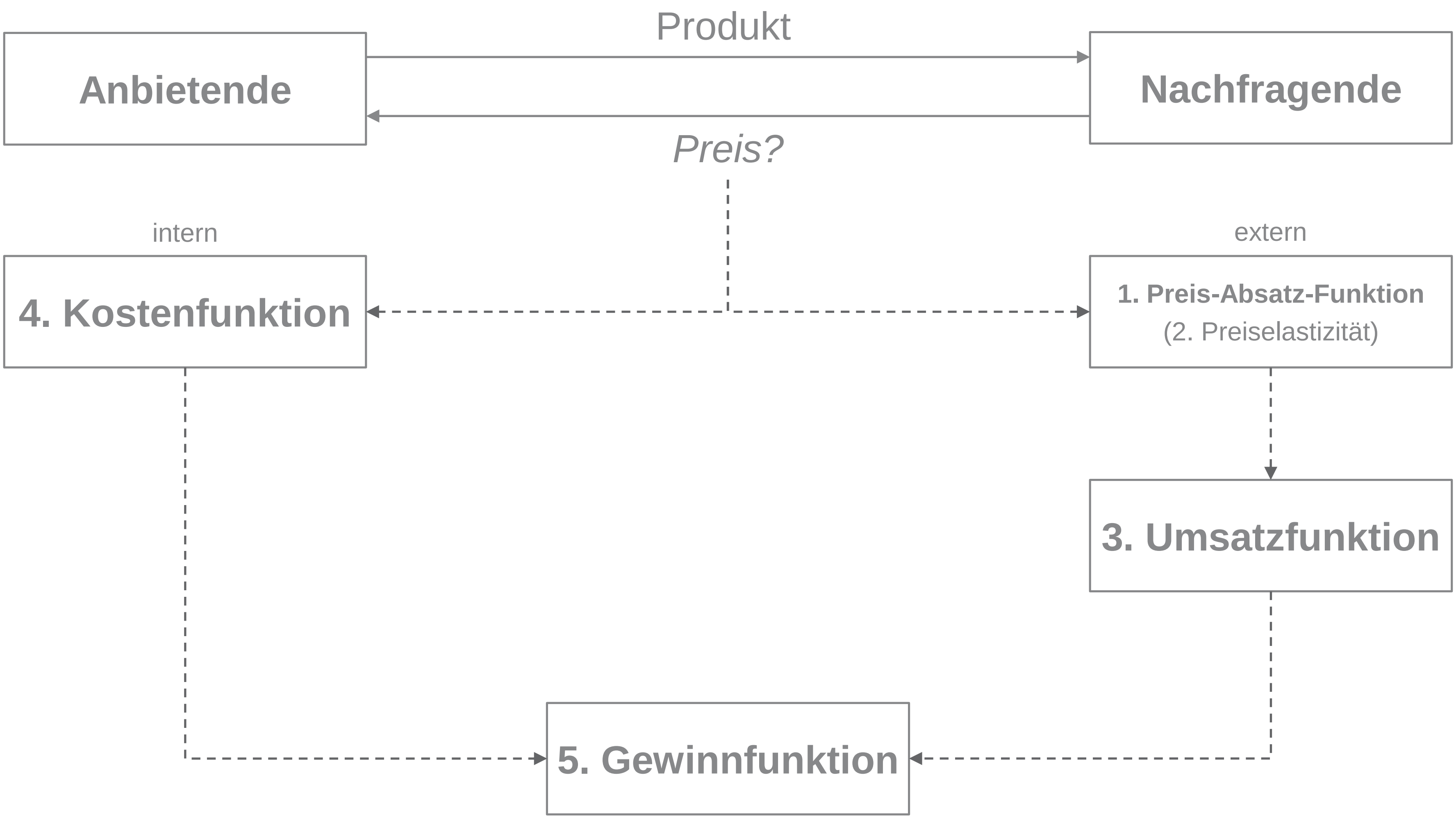
Ablauf

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

Termin	Thema	Gruppe	KW	Zeit*
1.	Preis-Absatz-Funktion	1	15	13.04
		2	16	20.04
2.	Preiselastizität	1	17	27.04
		2	18	04.05
3.	Umsatzfunktion	1	19	11.05
	frei		20	*frei*
3.	Umsatzfunktion	2	21	25.05
	frei		22	*frei*
4.	Kostenfunktion	1	23	08.06
		2	24	15.06
5.	Gewinnfunktion	1	25	22.06
		2	26	29.06
6.	Klausurvorbereitung	1	27	06.07
		2	28	13.07
	frei		29	*frei*

*jeweils von 12:00 Uhr bis ca. 13:30 Uhr im Hörsaal Friedrich-Loeffler-Straße 70

Grundlagen


Produkt
Anbietende
Nachfragende
Preis?
intern
extern
4. Kostenfunktion
1. Preis-Absatz-Funktion
(2. Preiselastizität)
3. Umsatzfunktion
5. Gewinnfunktion

1. Preis-Absatz-Funktion

1.1 Grundlagen

1.2 Entscheidungsparameter

1.3 grafische Darstellung

1.4 Arten & Verläufe

1. Preis-Absatz-Funktion › 1.1 Grundlagen

- **Preis-Absatz-Funktion (PAF):** funktionale Beziehung zwischen Absatzpreis (p) und Absatzmenge pro Periode (x)

- **Annahmen:**

    - Der Absatzpreis beeinflusst (als alleiniger Faktor) die Absatzmenge.

    - **Gesetz der Nachfrage:** steigt der Absatzpreis, sinkt die Absatzmenge (bzw. sinkt der Absatzpreis, steigt die Absatzmenge)

- Anwendung vor allem im **Monopol** (Anbieter ist Preissetzer)

1. Preis-Absatz-Funktion › 1.2 Entscheidungsparameter

<table>
<tr><td>Frage</td><td>Wie hoch ist die Absatzmenge bei einem gegebenen Preis?</td><td>Mit welchem Preis lässt sich eine gegebene Absatzmenge erreichen?</td></tr>
<tr><td>Funktion</td><td>$x = x(p)$</td><td>$p = p(x)$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Entscheidungs-parameter</td><td colspan="2">gegebener Parameter</td></tr>
<tr><td>p</td><td>x</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Erwartungsparameter</td><td colspan="2">gesuchter Parameter</td></tr>
<tr><td>x</td><td>p</td></tr>
<tr><td>Beispiel</td><td>$x = \alpha - \beta * p$</td><td>$p = a - b * x$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Sättigungsmenge</td><td colspan="2">maximale Absatzmenge bei $p = 0$</td></tr>
<tr><td>α</td><td>a/b</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Prohibitivpreis</td><td colspan="2">Preis, bei dem kein Produkt mehr verkauft wird ($x = 0$)</td></tr>
<tr><td>α/β</td><td>a</td></tr>
</table>

b und β sind weitere Parameter (siehe 1.3 grafische Darstellung)

1. Preis-Absatz-Funktion › Aufgabe 1

Aufgabe 1: Apple weiß, dass die Zielgruppe für das iPhone in einem Markt eine Millionen Menschen umfasst. Zu einem Preis von 800 € wurden hier im letzten Jahr 400.000 iPhones verkauft. Wie hoch ist der Absatz bei einem Preis von 900 €, wenn eine Preis-Absatz-Funktion der Form $x = \alpha - \beta * p$ zugrunde liegt?

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

Aufgabe 2: Apple hat noch 800.000 iPhones auf Lager, die alle in diesem Jahr verkauft werden sollen, da im nächsten Jahr ein neues Modell erscheint. Im letzten Jahr wurden 600.000 iPhones für je 700 € verkauft, im vorletzten Jahr waren es 550.000 iPhones für je 750 €. Wie weit muss Apple den Preis senken, um in diesem Jahr alle iPhones zu verkaufen, wenn eine Preis-Absatz-Funktion der Form $p = a - b * x$ zugrunde liegt?

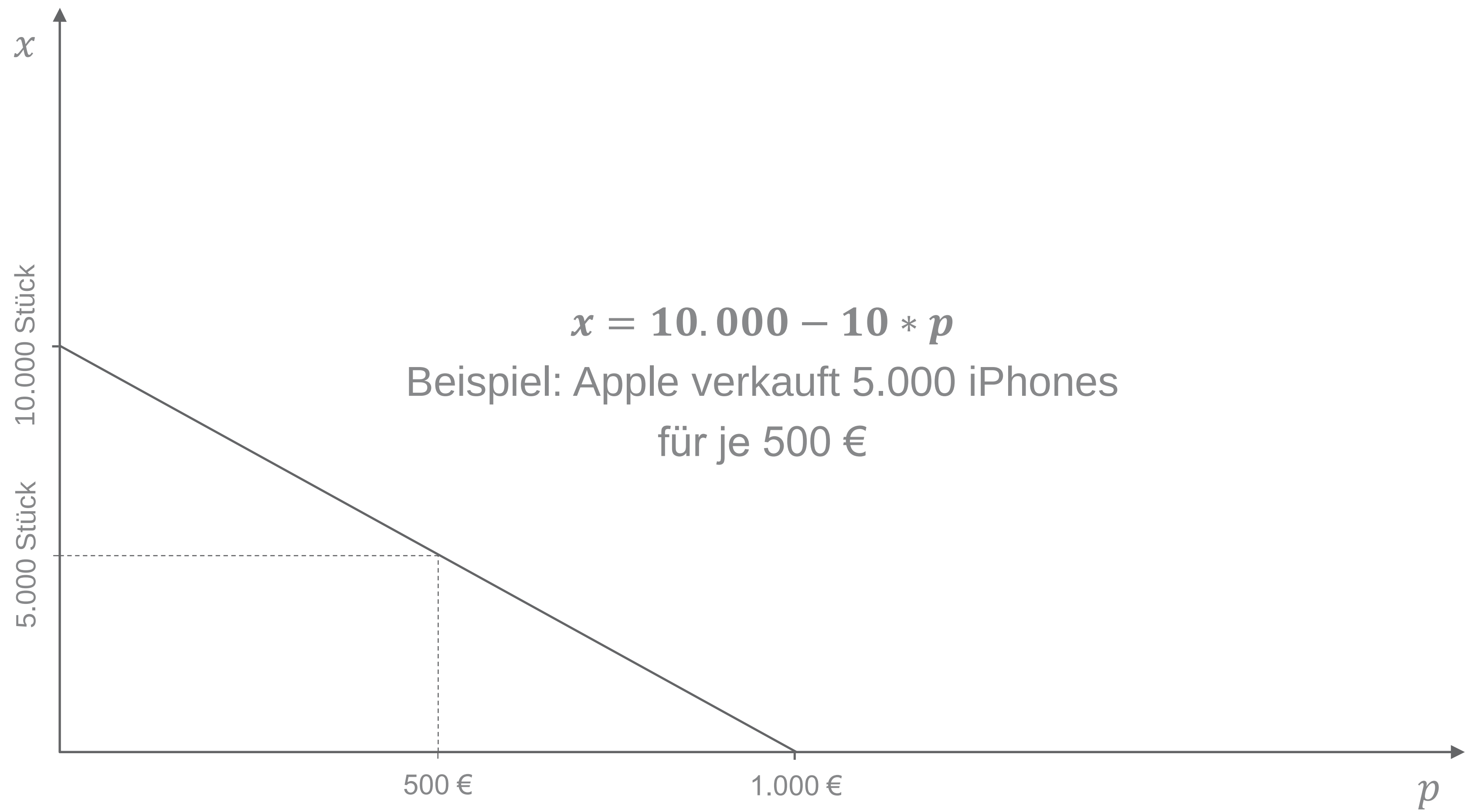
1. Preis-Absatz-Funktion › Aufgabe 3

Aufgabe 3: Wie lautet die Preis-Absatz-Funktion $p = a - b * x$ mit p als Entscheidungsparameter?

1. Preis-Absatz-Funktion › Aufgabe 4

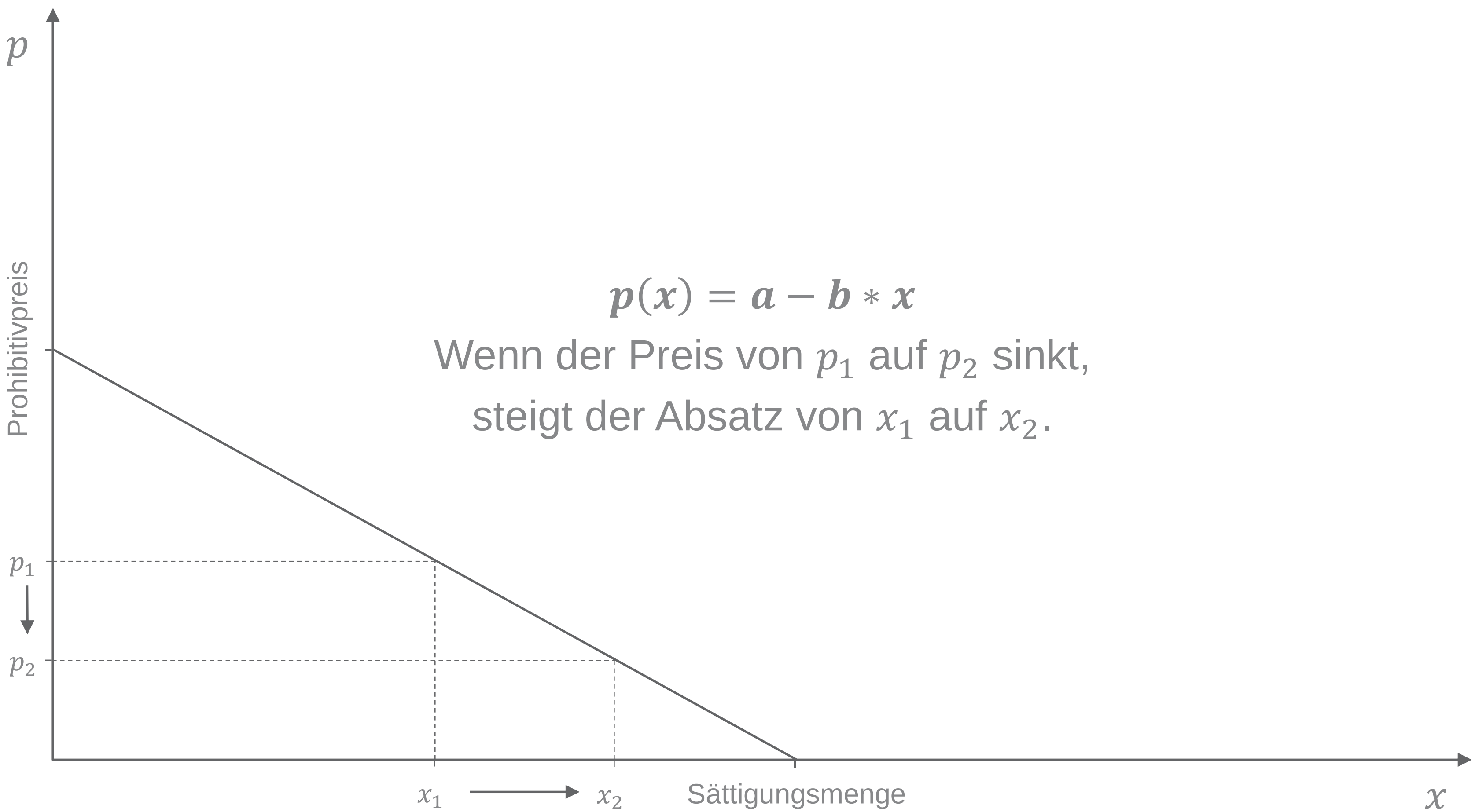
Aufgabe 4: Wie lautet die Preis-Absatz-Funktion $p = 200 - 0{,}2 * x$ mit p als Entscheidungsparameter?

1. Preis-Absatz-Funktion › 1.3 grafische Darstellung



$$\boldsymbol{x = 10.000 - 10 * p}$$

Beispiel: Apple verkauft 5.000 iPhones
für je 500 €



$$p(x) = a - b * x$$

Wenn der Preis von p_1 auf p_2 sinkt, steigt der Absatz von x_1 auf x_2.

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

Aufgabe 5: Wie verlaufen die Preis-Absatz-Funktionen $x_1 = 260 - 4 * p_1$ und $x_2 = 120 - 0{,}8 * p_2$?

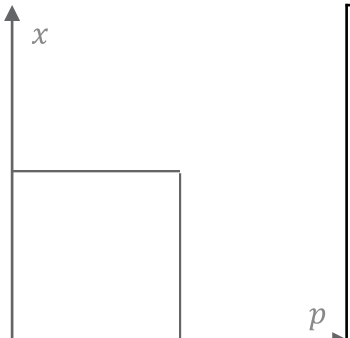
UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

Aufgabe 6: Wie verlaufen die Preis-Absatz-Funktionen $p_1 = 100 - 5 * x_1$ und $p_2 = 100 - 10 * x_2$?

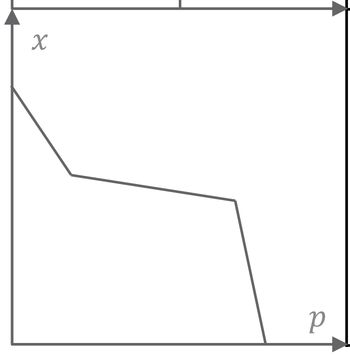
1. Preis-Absatz-Funktion › 1.4 Arten & Verläufe

- **bisher:** lineare Preis-Absatz-Funktion

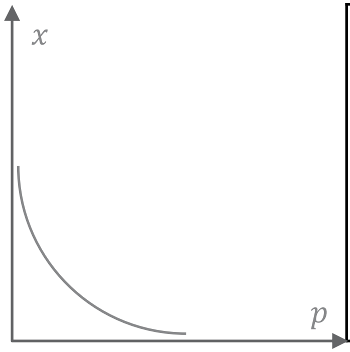
- **weitere Verläufe:**



- z.B. Benzin wird (zunächst) unabhängig vom Preis für den Arbeitsweg benötigt. Ab einem gewissen (hohen) Benzinpreis lohnt sich aber die Anschaffung eines Elektroautos und es wird plötzlich gar kein Benzin mehr benötigt.
- auch treppenförmiger/gestufter Verlauf denkbar



- z.B. in bestimmten Preisbereichen gibt es wenige bzw. viele Alternativen, weshalb eine Preiserhöhung hier zu wenig bzw. viel Absatzrückgang und eine Preissenkung hier zu wenig bzw. viel Absatzsteigerung führt.
- Der Anstieg der Funktion in einem Bereich zeigt die **Preiselastizität**, also wie sich eine Preisänderung auf die Absatzmenge auswirkt.



multiplikative Preis-Absatz-Funktion (**Cobb-Douglas-Funktion**)

- **Form:** $x = \alpha * p^{\beta}$ (bzw. $p = a * x^{b}$)
- mit $\alpha > 0$ und $\beta < 0$ (bzw. $a > 0$ und $b < 0$)

- **Besonderheiten:**
  - keine Sättigungsmenge und kein Prohibitivpreis (kein Schnittpunkt mit den Achsen)
  - keine Parameterrelation (kein Zusammenhang zwischen α, β, a und b)

2. Preiselastizität

2.1 Grundlagen

2.2 Arten

2.3 grafische Darstellung

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

- **Elastizität:** Maß für die relative Änderung einer abhängigen Variable (Wirkung), in Abhängigkeit von der relativen Änderung einer ihrer unabhängigen Variablen (Ursachen).

- **Annahme:** Der Absatzpreis beeinflusst die Absatzmenge.

- **Preiselastizität (ε):** Maß für die relative Änderung der Absatzmenge ($\Delta x/x$), in Abhängigkeit von der relativen Änderung des Absatzpreises ($\Delta p/p$).
    - Δ: Änderung, Δx: Änderung der Absatzmenge ($x_{neu} - x_{alt}$), $\Delta x/x_{(alt)}$: relative Änderung der Absatzmenge (äquivalent für den Absatzpreis p)

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x} \Big/ \frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta x}{x} * \frac{p}{\Delta p} = \frac{\Delta x}{\Delta p} * \frac{p}{x}$$

2. Preiselastizität › Aufgabe 1

Aufgabe 1: Wie groß sind die absoluten und relativen Absatzpreis- und Absatzmengenänderung der Preis-Absatz-Funktion $x = 500 - 3 * p$, wenn $p_1 = 50$ und $p_2 = 60$ gelten?

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

1. Ableitung: Die erste Ableitung einer Funktion gibt den Anstieg (bzw. die Steigung) des Graphen an einem Punkt an.

$$x = x(\mathrm{p}) \rightarrow \mathrm{x}' = \mathrm{x}'(\mathrm{p}) = \frac{\Delta \mathrm{x}}{\Delta \mathrm{p}}$$

Ableitungsregeln:

- **Merke:** Die Ableitung einer Konstanten ist null.
- **Potenzregel:** $x(p) = p^n \rightarrow x'(p) = n * p^{n-1}$
- **Faktorregel:** $x(p) = \beta * p \rightarrow x'(p) = \beta * p'$

Beispiel 1: lineare Preis-Absatz-Funktion

- $x = \alpha - \beta * p = \alpha - \beta * p^1$
- $x' = 0 - \beta * 1 * p^{1-1} = -\beta * p^0 = -\beta * 1 = -\beta$ (**Grenzabsatz**)

Beispiel 2: multiplikative Preis-Absatz-Funktion (Cobb-Douglas-Funktion)

- $x = \alpha * p^\beta$
- $x' = \alpha * \beta * p^{\beta-1}$ (**Grenzabsatz**)

Interpretation: Der Anstieg des Graphen ist von Punkt zu Punkt unterschiedlich. Um den Anstieg an einem bestimmten Punkt zu berechnen, muss der entsprechende Preis in die Ableitung eingesetzt werden.

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

- **bisher:** Bogenelastizität (auch Streckenelastizität)
- **neu:** Punktelastizität (gleiche Formel, andere Anwendung)

	Bogenelastizität	**Punktelastizität**
Definition	Elastizität zwischen zwei Punkten auf der PAF	Elastizität in einem Punkt auf der PAF
Erklärung	Mengenänderung bei bestimmter Preisänderung (z.B. 1 € → 2 €)	Mengenänderung bei marginaler Preisänderung (z.B. 1 € → 1,01 €)
Formel	$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x} \Big/ \frac{\Delta p}{p}$	$\varepsilon = \frac{\Delta x}{\Delta p} * \frac{p}{x}$
Anwendung	über Δx und Δp	über 1. Ableitung der PAF

2. Preiselastizität › Aufgabe 2

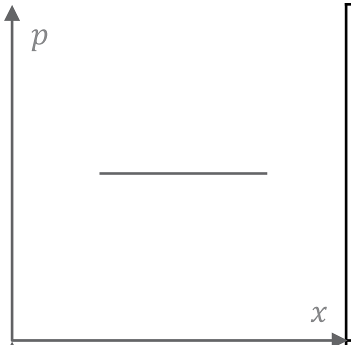
Aufgabe 2: Wie groß ist die Punktelastizität der Preis-Absatz-Funktion $x = 100 - 2 * p$, wenn $p_1 = 5$ und $p_2 = 10$ gelten?

Aufgabe 3: Wie groß ist die Preiselastizität der Preis-Absatz-Funktionen $x_1 = 900 * p^{-2}$ und $x_2 = 600 * p^{-1,3}$, wenn $p = 10$ gilt?

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

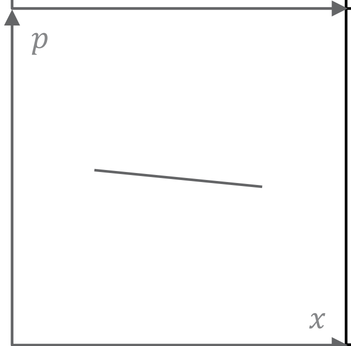
Aufgabe 4: Wie groß ist die Bogenelastizität der Preis-Absatz-Funktion $x = 400 * p^{-1,5}$, wenn $p_1 = 3$, $x_1 = 76{,}98$, $p_2 = 4{,}5$, $x_2 = 41{,}90$ gelten?

2. Preiselastizität › 2.3 grafische Darstellung



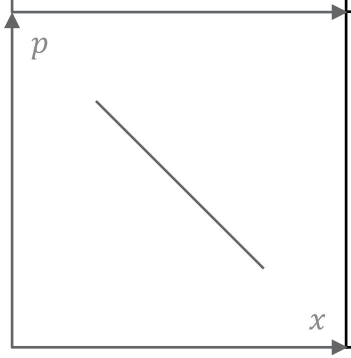
vollkommen elastisch ($\varepsilon = -\infty$):

- minimale Preisänderung → unendliche Mengenänderung



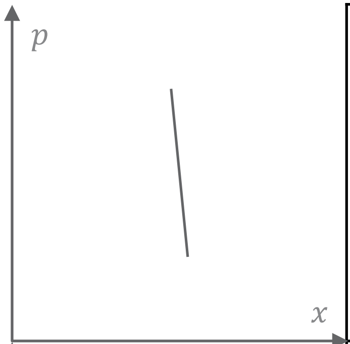
sehr elastisch ($\varepsilon < -1$):

- Preisänderung → überproportionale Mengenänderung



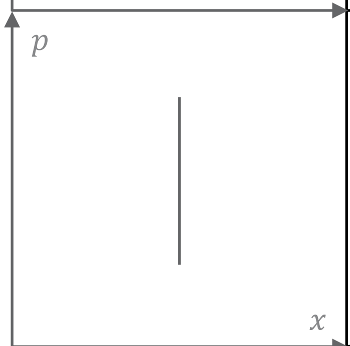
proportional elastisch ($\varepsilon = -1$):

- 1%ige Preisänderung → 1%ige Mengenänderung



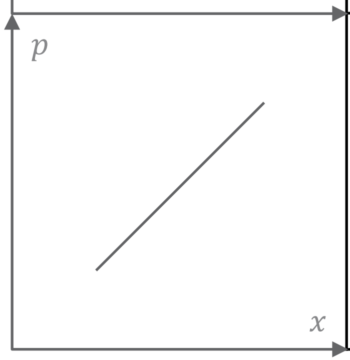
unelastisch ($-1 < \varepsilon < 0$):

- Preisänderung → unterproportionale Mengenänderung



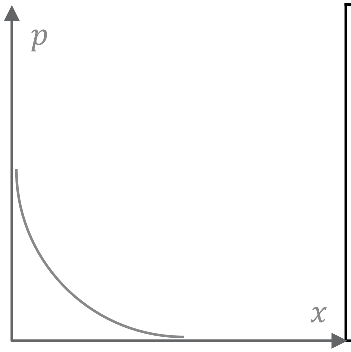
vollkommen unelastisch ($\varepsilon = 0$):

- maximale Preisänderung → keine Mengenänderung



anormal elastisch ($\varepsilon > 0$):

- höherer Preis → höherer Absatz
- niedrigerer Preis → niedrigerer Absatz



isoelastisch ($\varepsilon = -1$):

- konstanter Umsatz ($Preis * Menge$)

- **Herleitung** (Punktelastizität, Cobb-Douglas-Funktion):
  - $x = \alpha * p^{\beta}$
  - $x' = \alpha * \beta * p^{\beta-1}$
  - $\varepsilon = \alpha * \beta * p^{\beta-1} * \frac{p}{x}$

2. Preiselastizität › 2.3 grafische Darstellung

- **Herleitung** (Punktelastizität, Cobb-Douglas-Funktion):
  - $\varepsilon = \alpha * \beta * p^{\beta-1} * \frac{p}{\alpha * p^{\text{ß}}}$
  - $\varepsilon = \frac{\alpha * \beta * p^{\beta-1} * p}{\alpha * p^{\text{ß}}}$
  - **Potenzgesetz:** $p^{\beta-1} * p^{1} = p^{\beta-1+1} = p^{\beta}$
  - $\varepsilon = \frac{\alpha * \beta * p^{\beta}}{\alpha * p^{\beta}}$
  - $\varepsilon = \beta * \frac{\alpha * p^{\beta}}{\alpha * p^{\beta}} = \beta$

2. Preiselastizität › 2.3 grafische Darstellung

- **Herleitung** (Punktelastizität, lineare Preis-Absatz-Funktion):
  - $x = \alpha - \beta * p$
  - $x' = -\beta$
  - $\varepsilon = -\beta * \frac{p}{x}$
  - $\varepsilon = -\beta * \frac{p}{\alpha - \beta * p}$
  - $\boxed{\varepsilon = \frac{-\beta * p}{\alpha - \beta * p}}$

2. Preiselastizität › Aufgabe 5

Aufgabe 5: Wie lässt sich die Elastizität der Preis-Absatz-Funktionen $x = 12 - 0{,}3p$ und $p = 20 - 4x$ beschreiben ($p = 3$)?

Aufgabe 6: Wie groß ist die Elastizität der PAF $x = \alpha - \beta * p$ für den Prohibitivpreis und der PAF $p = a - b * x$ für die Sättigungsmenge?

3. Umsatzfunktion

3.1 Grundlagen

3.2 grafische Darstellung

3.3 Umsatzmaximum

- **Umsatz** (bzw. Erlös): Gegenwert für den Verkauf von Gütern oder Dienstleistungen pro Periode
  - **mengenmäßiger Umsatz** entspricht der Absatzmenge pro Periode (x)
  - **wertmäßiger Umsatz** entspricht dem Absatzpreis (p) multipliziert mit der Absatzmenge pro Periode (x)
- **Umsatzfunktion:** funktionale Beziehung zwischen wertmäßigem Umsatz (U), Absatzpreis (p) und Absatzmenge pro Periode (x)
  - $U = U(p) = x(p) * p$
  - $U = U(x) = \underbrace{p(x)}_{\text{Preis-Absatz-Funktion}} * x$

3. Umsatzfunktion › 3.1 Grundlagen

- **Umsatzfunktion (linear):**
  - $U = (\alpha - \beta * p) * p = \alpha * p - \beta * p^2$
  - $U = (a - b * x) * x = a * x - b * x^2$
- **Umsatzfunktion (multiplikativ):**
  - $U = \alpha * p^{\beta} * p = \alpha * p^{\beta+1}$, z.B. $U = 20 * 2^{-2} * 2 = 20 * 2^{-1} = 10$
  - $U = a * x^{b} * x = a * x^{b+1}$, z.B. $U = 10 * 5^{-1} * 5 = 10 * 5^{0} = 10$
  - **Besonderheit:** konstanter Umsatz, bei $\beta = -1$ bzw. $b = -1$

3. Umsatzfunktion › Aufgabe 1

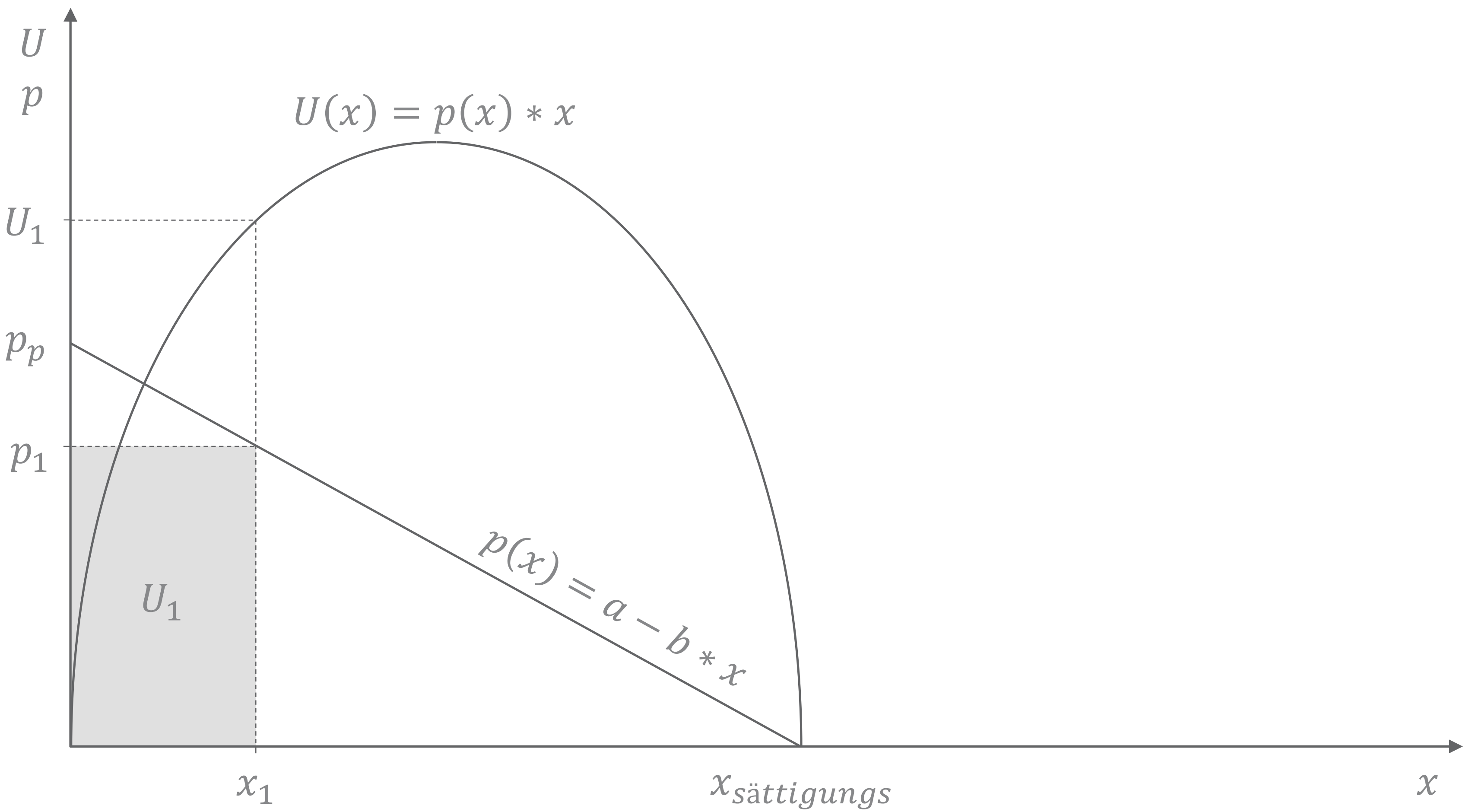
UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

Aufgabe 1: Wie hoch ist der Umsatz bei einem Preis von 30 bzw. 50, wenn die Preis-Absatz-Funktion $x = 500 - 10 * p$ zugrunde liegt?

Aufgabe 2: Wie hoch ist der Umsatz bei einem Absatz von 200 bzw. 400, wenn die Preis-Absatz-Funktion $p = 1.200 - 3 * x$ zugrunde liegt?

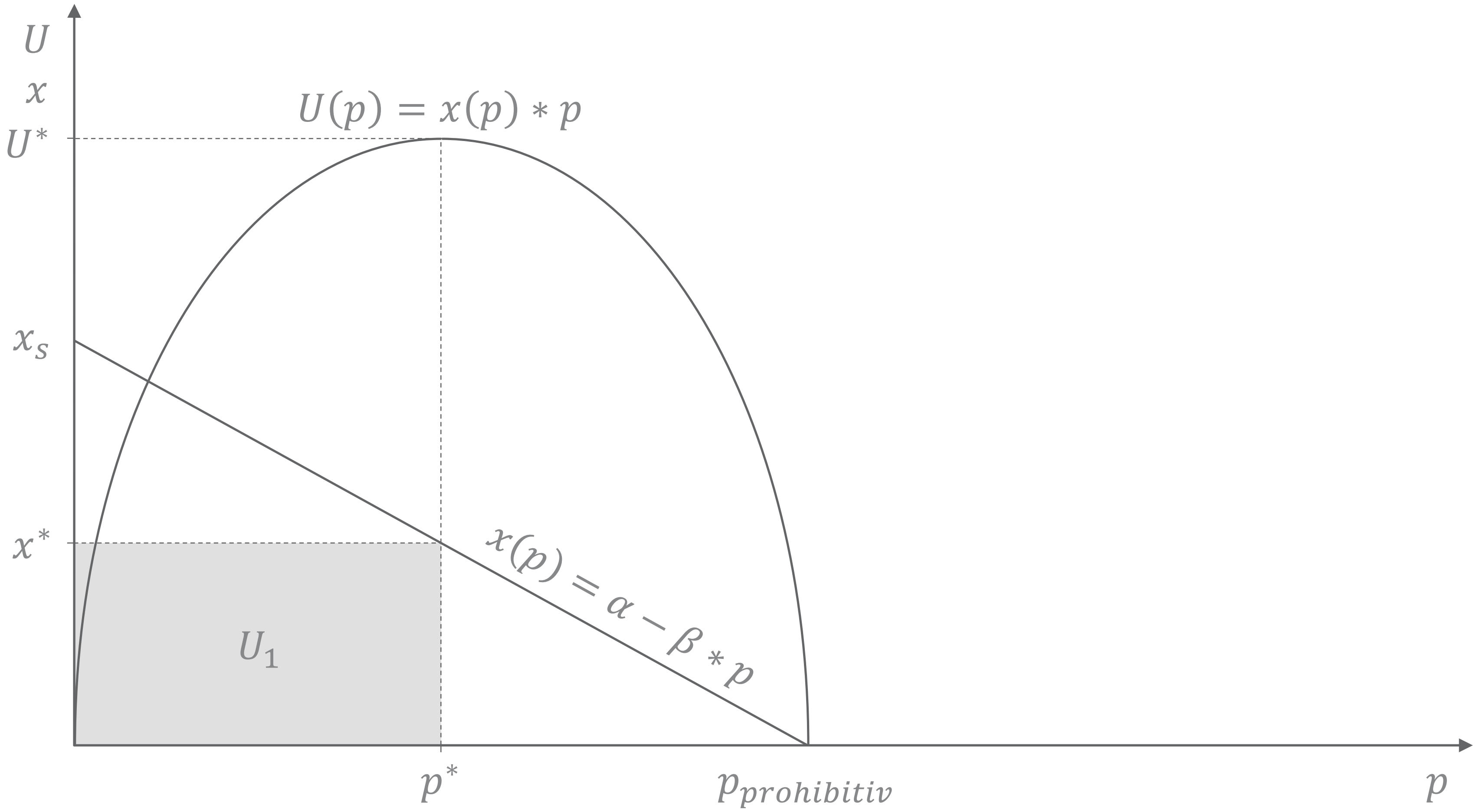
3. Umsatzfunktion › Aufgabe 3

Aufgabe 3: Bei einem Preis von 100 werden 700 Produkte verkauft. Die Sättigungsmenge beträgt 750. Wie hoch ist der Umsatz bei einem Preis von 375, 750 und 937,5, wenn eine lineare Preis-Absatz-Funktion zugrunde liegt?



U
p
$U(x) = p(x) * x$
U_1
p_p
p_1
U_1
$p(x) = a - b * x$
x_1
$x_{sättigungs}$
x

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456



UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

Aufgabe 4: Wo liegt das Umsatzmaximum der Preis-Absatz-Funktion $x = 300 - 9 * p$ im Koordinatensystem?

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

- **optimale Absatzmenge (allgemein):**

$x = \alpha - \beta * p$	$p = a - b * x$
optimalen Absatzpreis bestimmen und einsetzen oder PAF umstellen	1. Umsatzfunktion nach x ableiten 2. Ableitung = 0 setzen 3. Ableitung nach x umstellen

- **optimale Absatzmenge (lineare PAF):**
  - $p = a - b * x \rightarrow U = (a - b * x) * x = a * x - b * x^2$
  - $U' = a - b * 2 * x = 0 \; +(b * 2 * x)$
  - $2bx = a \; /2b$

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

- **optimale Absatzmenge (lineare PAF):**
  - $\underline{x^* = \frac{a}{2b}}$
  - $x_{sättigungs} = \frac{a}{b} /2$
  - $\underline{\frac{x_{sättigungs}}{2} = \frac{a}{2b} = x^*}$

- **optimaler Absatzpreis (allgemein):**

$x = \alpha - \beta * p$	$p = a - b * x$
1. Umsatzfunktion nach p ableiten 2. Ableitung = 0 setzen 3. Ableitung nach p umstellen	optimale Absatzmenge bestimmen und einsetzen oder PAF umstellen

- **optimaler Absatzpreis (lineare PAF):**
  - $x = \alpha - \beta * \mathrm{p} \rightarrow U = (\alpha - \beta * p) * p = \alpha * p - \beta * p^2$
  - $U' = \alpha - \beta * 2 * p = 0 \quad + (\beta * 2 * p)$
  - $2\beta p = \alpha \quad /2\beta$

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

- **optimaler Absatzpreis (lineare PAF):**
  - $\underline{p^* = \frac{\alpha}{2\beta}}$
  - $p_{prohibitiv} = \frac{\alpha}{\beta}\ /2$
  - $\underline{\frac{p_{prohibitiv}}{2} = \frac{\alpha}{2\beta} = p^*}$

3. Umsatzfunktion › 3.3 Umsatzmaximum

- **optimale Absatzmenge (I. PAF):**
  - $p^* = \frac{\alpha}{2\beta}$ in $x = \alpha - \beta * p$
  - $x^* = \alpha - \beta * \frac{\alpha}{2\beta} = \alpha - \frac{\alpha}{2}$
  - $\underline{x^* = \frac{\alpha}{2}}$

- **optimaler Absatzpreis (I. PAF):**
  - $x^* = \frac{a}{2b}$ in $p = a - b * x$
  - $p^* = a - b * \frac{a}{2b} = a - \frac{a}{2}$
  - $\underline{p^* = \frac{a}{2}}$

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

- **Umsatzmaximum (allgemein):** optimale Absatzmenge oder optimalen Absatzpreis in Umsatzfunktion einsetzen

- **Umsatzmaximum (lineare PAF):**
  - $x^* = \frac{a}{2b}$ in $U = a * x - b * x^2$
  - $U = a * \frac{a}{2b} - b * \left(\frac{a}{2b}\right)^2$
  - $U = \frac{a^2}{2b} - \frac{b*a^2}{4b^2}$
  - $U = \frac{1}{2} * \frac{a^2}{b} - \frac{1}{4} * \frac{a^2}{b}$
  - $\underline{U^* = \frac{a^2}{4b}}$

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

- **Umsatzmaximum (lineare PAF):**
  - $p^* = \frac{\alpha}{2\beta}$ in $U = \alpha * p - \beta * p^2$
  - $U = \alpha * \frac{\alpha}{2\beta} - \beta * \left(\frac{\alpha}{2\beta}\right)^2$
  - $U = \frac{\alpha^2}{2\beta} - \frac{\beta * \alpha^2}{4\beta^2}$
  - $U = \frac{1}{2} * \frac{\alpha^2}{\beta} - \frac{1}{4} * \frac{\alpha^2}{\beta}$
  - $\underline{U^* = \frac{\alpha^2}{4\beta}}$

- **Grenzumsatz (lineare PAF):**
  - Umsatzänderung bei marginaler Absatzmengen- bzw. Absatzpreisänderung
  - $U = (a - b * x) * x = a * x - b * x^2$
  - $U' = a - b * 2 * x$
  - $\underline{U' = a - 2bx}$
  - $U = (\alpha - \beta * p) * p = \alpha * p - \beta * p^2$
  - $U' = \alpha - \beta * 2 * \mathrm{p}$
  - $\underline{U' = \alpha - 2\beta p}$

- **Preiselastizität im Umsatzmaximum (lineare PAF):**
  - $p = a - b * x \rightarrow p' = \Delta p/\Delta x = -b \rightarrow \Delta x/\Delta p = -1/b$
  - $p^* = a/2,\ x^* = a/2b$
  - $\varepsilon = -\frac{1}{b} * \frac{a/2}{a/2b}$
  - $\varepsilon = -\frac{1}{b} * \frac{a}{2} * \frac{2b}{a}$
  - $\underline{\varepsilon = -1}$

- **Preiselastizität im Umsatzmaximum (lineare PAF):**
  - $x = \alpha - \beta * p \rightarrow x' = -\beta$
  - $p^* = \alpha/2\beta,\ x^* = \alpha/2$
  - $\varepsilon = -\beta * \frac{\alpha/2\beta}{\alpha/2}$
  - $\varepsilon = -\beta * \frac{\alpha}{2\beta} * \frac{2}{\alpha}$
  - $\underline{\varepsilon = -1}$

3. Umsatzfunktion › 3.3 Umsatzmaximum

<table>
<tr><td>Entscheidungs-parameter</td><td>p</td><td>x</td></tr>
<tr><td>Erwartungsparameter</td><td>x</td><td>p</td></tr>
<tr><td>Beispiel</td><td>$x = \alpha - \beta * p$</td><td>$p = a - b * x$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">optimale Absatzmenge</td><td colspan="2">$x_{sättigungs}/2$</td></tr>
<tr><td>$x^* = \alpha/2$</td><td>$x^* = a/2b$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">optimaler Absatzpreis</td><td colspan="2">$p_{prohibitiv}/2$</td></tr>
<tr><td>$p^* = \alpha/2\beta$</td><td>$p^* = a/2$</td></tr>
<tr><td>Umsatzmaximum</td><td>$\alpha^2/4\beta$</td><td>$a^2/4b$</td></tr>
<tr><td>Grenzumsatz</td><td>$\alpha - 2\beta p$</td><td>$a - 2bx$</td></tr>
<tr><td>Preiselastizität im Umsatzmaximum</td><td colspan="2">-1</td></tr>
</table>

Aufgabe 5: Wie hoch sind die optimale Absatzmenge, der optimale Absatzpreis und das Umsatzmaximum der Preis-Absatz-Funktion $x = 83.000 - 120p$?

Aufgabe 6: Wie hoch sind das Umsatzmaximum, der Grenzumsatz und die Preiselastizität im Umsatzmaximum der Preis-Absatz-Funktion $p = 14 - 0{,}7x$?

4. Kostenfunktion

4.1 Grundlagen

4.2 Grenzkosten

4.3 grafische Darstellung

4.4 Arten & Verläufe

4. Kostenfunktion › 4.1 Grundlagen

- **Kosten:** Wertverzehr für die Erstellung der betrieblichen Leistung pro Periode
  - **Fixkosten ($\boldsymbol{c}$):** Höhe unabhängig von Produktionsmenge
  - **variable Gesamtkosten ($\boldsymbol{d * x}$):** Höhe abhängig von Produktionsmenge
  - **variable Stückkosten ($\boldsymbol{d}$):** variable Gesamtkosten pro produzierter Einheit
  - **gesamte Stückkosten ($\boldsymbol{K/x}$, $\boldsymbol{(c/x) + d}$):** Kosten pro produzierter Einheit
- **Kostenfunktion:** funktionale Beziehung zwischen (Gesamt-) Kosten (K), Fixkosten (c) und variablen Gesamtkosten ($d * x$) pro Periode

$$K(x) = c + d * x$$

$$K(p) = c + d * (\alpha - \beta * p)$$

Aufgabe 1: Ein Unternehmen kauft 4 Maschinen, für je 7.500 €, für die Produktion von Hemden. Die Miete der Produktionshalle kostet jährlich 36.000 € und die Personalkosten betragen 58.000 €. Stoff und Faden für die Produktion eines Hemdes kosten 2,20 €. Die Energiekosten betragen 0,10 € pro Hemd und die Kosten für Verpackung und Versand je 2,80 €. Wie viele Hemden können pro Jahr produziert werden, wenn die Gesamtkosten 1 Mio. € nicht übersteigen sollen?

4. Kostenfunktion › Aufgabe 2

Aufgabe 2: Wie hoch sind die variablen Stückkosten in Jahr 1 bei einer Sättigungsmenge der Preis-Absatz-Funktion von 750?

Jahr	p	x	U	c	d	K
1	40		28.000			16.000
2	44				22	17.290

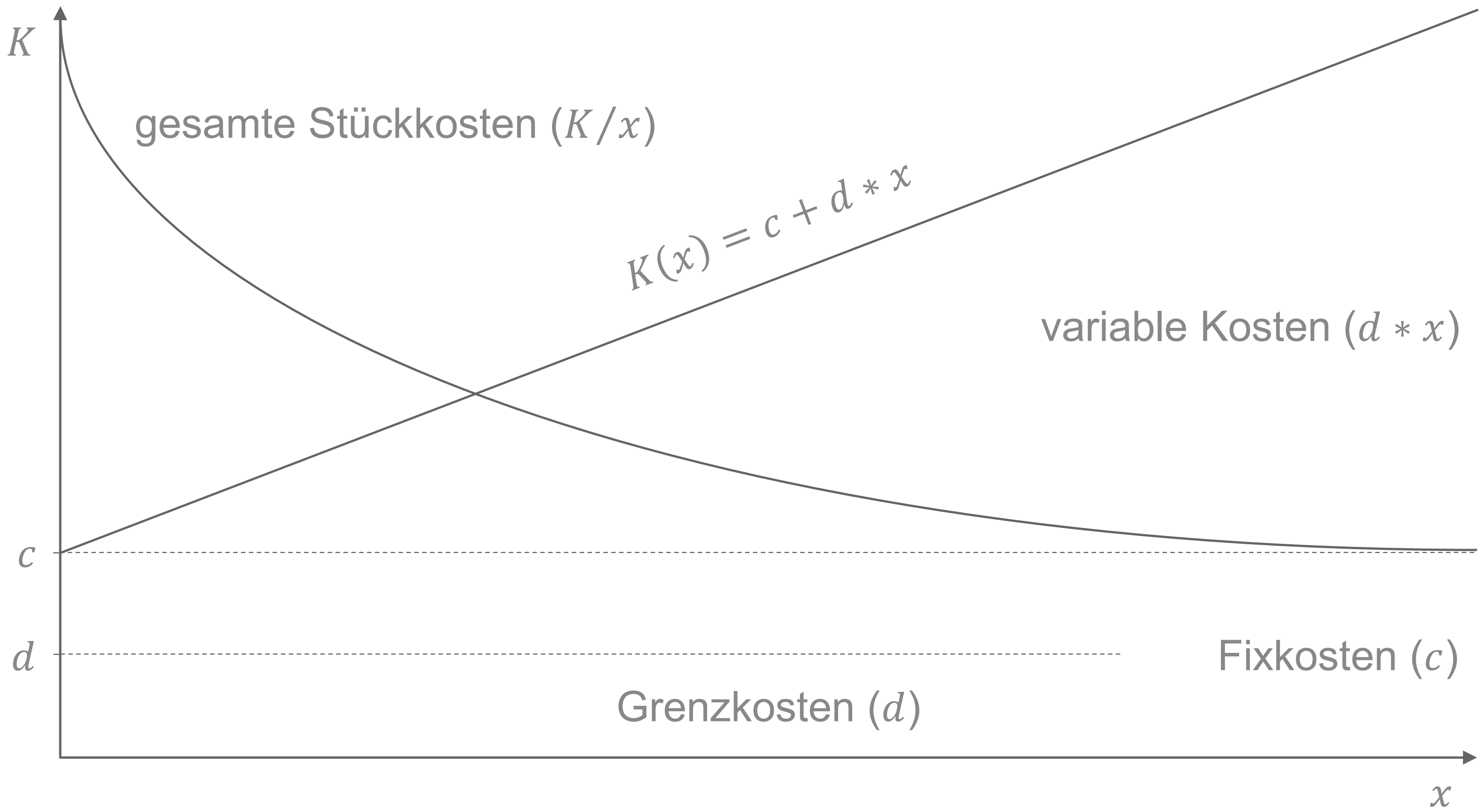
- Kostenänderung bei marginaler Absatzmengenänderung
  - $K = c + d * x \rightarrow \mathrm{K}'(\mathrm{x}) = \frac{\Delta K}{\Delta x} = d$
- **Interpretation:** Bei einer Absatzmengenänderung ändern sich die Gesamtkosten (ΔK) in Höhe der variablen Stückkosten (d) multipliziert mit der Absatzmengenänderung (Δx).
  - Durch eine Erhöhung der Absatzmenge verteilen sich die Fixkosten auf immer mehr produzierte Einheiten, wodurch die gesamten Stückkosten sinken (**Fixkostendegression**).
  - Je größer die Absatzmenge, desto günstiger können Produkte angeboten werden (**Skaleneffekte, Economies of Scale**).

Aufgabe 3: Ein Unternehmen hat in diesem Jahr Kosten in Höhe von 2.925.000 €. Im letzten Jahr waren es 2.300.000 € bei einer Absatzmenge von 60.000. Die Grenzkosten des Unternehmens betragen 25 € in beiden Jahren. Die Fixkosten sind ebenfalls konstant. Wie hoch ist die Absatzmenge in diesem Jahr?

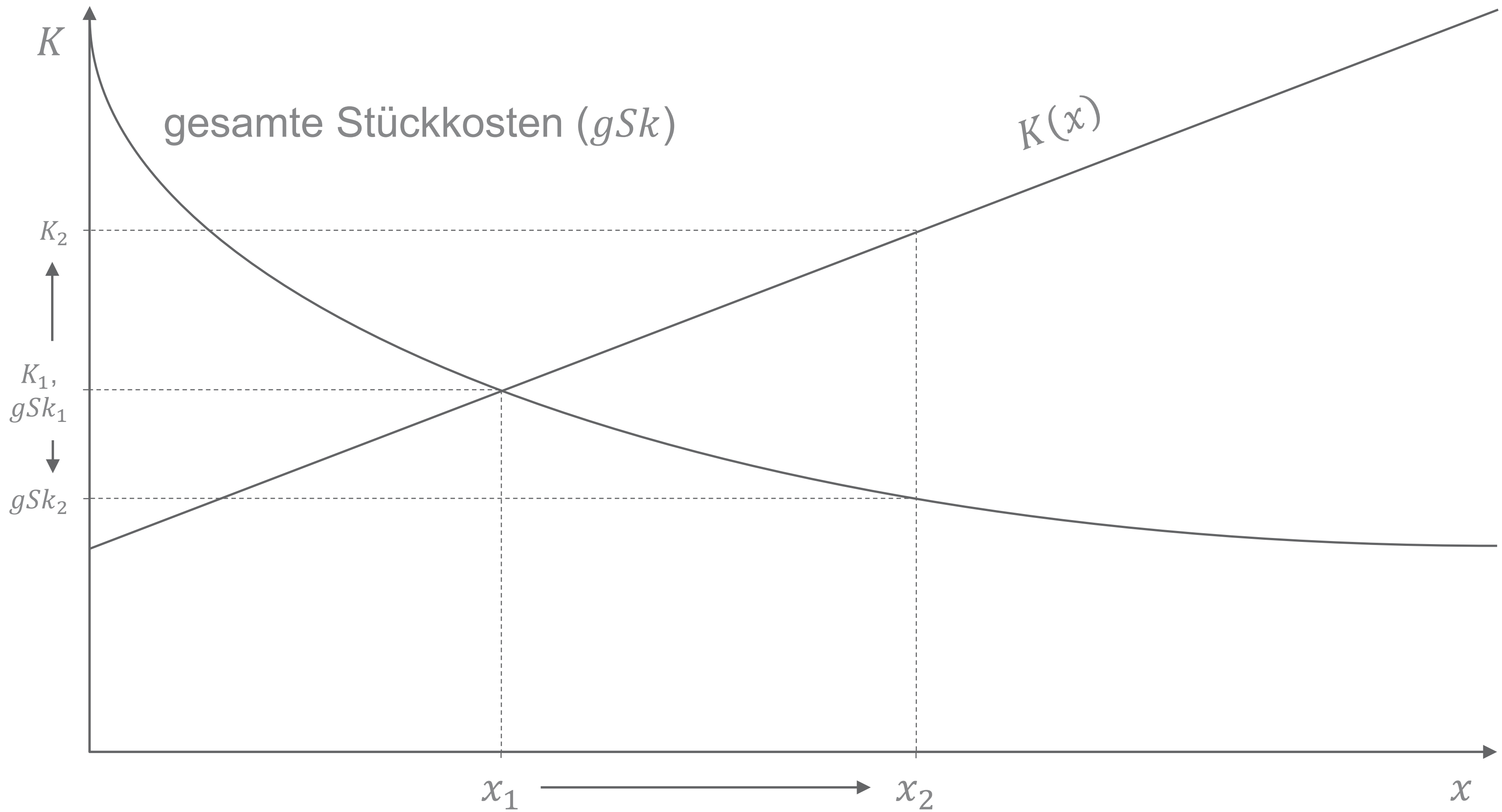
4. Kostenfunktion › Aufgabe 4

Aufgabe 4: Wie lautet die Kostenfunktion, wenn die gesamten Stückkosten 2,5 € betragen, die variablen Gesamtkosten 500.000 € und die Fixkosten die Hälfte der Gesamtkosten ausmachen?

4. Kostenfunktion › 4.3 grafische Darstellung

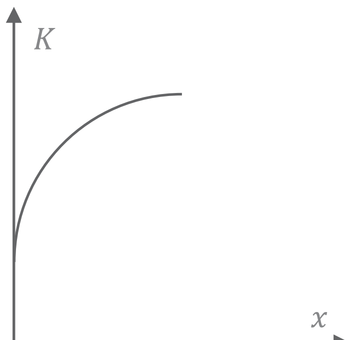


UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

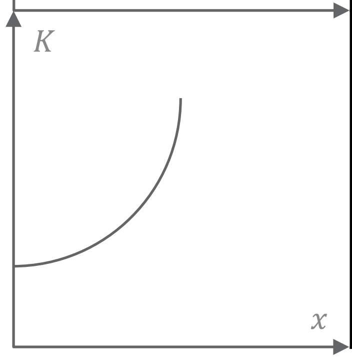


- **bisher:** lineare Kostenfunktion (Kosten steigen proportional zu Absatzmenge)

- **weitere Verläufe:**

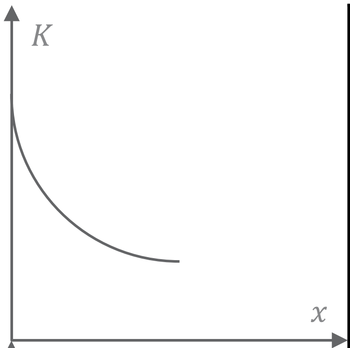


degressive Kostenfunktion
- Kosten steigen unterproportional zur Absatzmenge
- Beispiel: $K = c + d * \sqrt{x}$
- Grenzkosten: $K'(x) = 0{,}5d/\sqrt{x}$

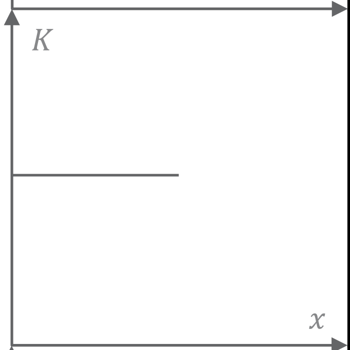


progressive Kostenfunktion
- Kosten steigen überproportional zur Absatzmenge
- Beispiel: $K = c + d * x^2$
- Grenzkosten: $K'(x) = 2dx$

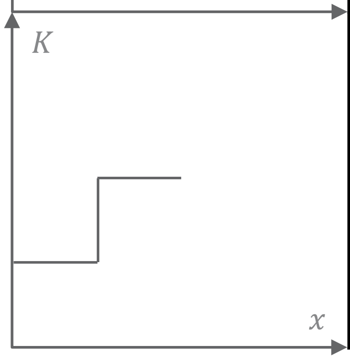
4. Kostenfunktion › 4.4 Arten & Verläufe



regressive (abnehmende) Kostenfunktion
- Kosten sinken bei steigender Absatzmenge
- Beispiel: $K = c + d * 1/x$
- Grenzkosten: $\mathrm{K}'(\mathrm{x}) = -d/x^2$



fixe Kostenfunktion
- Kosten unabhängig von der Absatzmenge (konstant)
- Beispiel: $K = c$
- Grenzkosten: $K'(x) = 0$



sprungfixe Kostenfunktion
- Kosten auf bestimmten Absatzmengenintervallen konstant
- dazwischen „springen" Kosten auf ein anderes Niveau (treppenartiger Verlauf)

Aufgabe 5: Die Kosten eine getränkeherstellenden Unternehmens betrugen im vergangenen Jahr 49.960,25 €? Es wurden 9.801 Getränkepaletten abgesetzt und die variablen Stückkosten betrugen 14,75 €. Wie hoch sind die Kosten in diesem Jahr, wenn die variablen Stückkosten 14,90 € und die Absatzmenge 10.201 Getränkepaletten betragen? Die Fixkosten sind in beiden Jahren gleich und die Gesamtkosten steigen unterproportional zur Absatzmenge.

4. Kostenfunktion › Aufgabe 6

Aufgabe 6: Zur Produktion von Tischen benötigt ein Unternehmen eine Säge-maschine im Wert von 23.000 € und weiteres Werkzeug im Wert von insgesamt 6.800 €. Pro Tisch fallen Kosten in Höhe von 38,90 € für Personalstunden, 16,50 € für Holz- und größere Metallbauteile und 3,30 € für Schrauben und Lack an. Wie viele Tische werden produziert, wenn die gesamten Stückkosten 60 € betragen und eine lineare Kostenfunktion zugrunde liegt?

5. Gewinnfunktion

5.1 Grundlagen

5.2 Gewinnmaximum

5.3 grafische Darstellung

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

- **Gewinn:** Differenz von Umsatz und Kosten pro Periode

- **Gewinnfunktion:** funktionale Beziehung zwischen Gewinn (G), Umsatz (U) und Kosten (K) pro Periode

$$G(x) = U(x) - K(x) = a * x - b * x^2 - (c + d * x)$$

$$G(p) = U(p) - K(p) = \alpha * p - \beta * p^2 - \big(c + d * (\alpha - \beta * p)\big)$$

  - **beachte:** $-(c + d * x) = -c - d * x$

  - **auf Grundlage multiplikativer Umsatzfunktion:**

$$G(x) = U(x) - K(x) = a * x^{b+1} - (c + d * x)$$

$$G(p) = U(p) - K(p) = \alpha * p^{\beta+1} - \left(c + d * \left(\alpha * p^{\beta}\right)\right)$$

5. Gewinnfunktion › Aufgabe 1

Aufgabe 1: Eine Unternehmen verkauft 4.000 Produkte pro Woche, zu je 60 €. Die variablen Stückkosten betragen 25 € und die Fixkosten 80.000 € pro Monat. Wie groß ist der Gewinn der Unternehmens pro Jahr?

Aufgabe 2: Ein Unternehmen erzielte im vergangenen Monat einem Umsatz von 87.500 € durch den Verkauf von 17.500 Produkten. Das Unternehmen nimmt an, maximal 20.000 Produkte pro Monat verkaufen zu können. Wie groß ist der Gewinn des Unternehmens in diesem Monat, nachdem das Unternehmen seinen Preis um 20 % erhöht hat? Die gesamten Stückkosten betragen 3,25 € und es liegen lineare Zusammenhänge zugrunde, die über die Monate gleich bleiben.

- **optimale Absatzmenge (allgemein):**

$x = \alpha - \beta * p, K = c + d * (\alpha - \beta * p)$	$p = a - b * x, K = c + d * x$
optimalen Absatzpreis bestimmen und einsetzen	1. Gewinnfunktion nach x ableiten 2. Ableitung = 0 setzen 3. Ableitung nach x umstellen

- **optimale Absatzmenge (lineare PAF, KF):**
  - $p = a - b * x, K = c + d * x \rightarrow G = a * x - b * x^2 - c - d * x$
  - $G' = a - b * 2 * x - d = 0 + (b * 2 * x)$
  - $2bx = a - d \ /2b$
  - $\underline{x^* = \frac{a-d}{2b}}$

- **optimaler Absatzpreis (allgemein):**

$x = \alpha - \beta * p, K = c + d * (\alpha - \beta * p)$	$p = a - b * x, K = c + d * x$
1. Gewinnfunktion nach p ableiten 2. Ableitung = 0 setzen 3. Ableitung nach p umstellen	optimale Absatzmenge bestimmen und einsetzen

- **optimaler Absatzpreis (lineare PAF, KF):**
  - $\mathrm{x} = \alpha - \beta * p, \mathrm{K} = \mathrm{c} + \mathrm{d} * (\alpha - \beta * p) \rightarrow \mathrm{G} = \alpha * p - \beta * p^2 - c - d * \alpha + d * \beta * p$
  - $G' = \alpha - \beta * 2 * p + d * \beta = 0 + (\beta * 2 * p)$
  - $2\beta p = \alpha + d\beta \; /2\beta$
  - $\underline{p^* = \frac{\alpha + d\beta}{2\beta}}$

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

- **optimale Absatzmenge (l. PAF, KF):**
  - $p^* = \frac{\alpha+\beta d}{2\beta}$ in $x = \alpha - \beta * p$
  - $x^* = \alpha - \beta * \frac{\alpha+\beta d}{2\beta} = \alpha - \frac{\alpha+\beta d}{2}$
  - $\underline{x^* = \frac{\alpha-\beta d}{2}}$
- **optimaler Absatzpreis (l. PAF, KF):**
  - $x^* = \frac{a-d}{2b}$ in $p = a - b * x$
  - $p^* = a - b * \frac{a-d}{2b} = a - \frac{a-d}{2}$
  - $\underline{p^* = \frac{a+d}{2}}$

5. Gewinnfunktion › 5.2 Gewinnmaximum

- **Gewinnmaximum:**
  - $G = U - K$
  - $G' = U' - K' = 0 \; +K'$
  - $U' = K'$ (Grenzumsatz = Grenzkosten)
- **Grenzumsatz = Grenzkosten:**
  - $a - 2bx = d$ (**Grenzgewinn:** $a - 2bx - d$)
  - $K(p) = c + d * (\alpha - \beta * p) = c + d * \alpha - d * \beta * p \rightarrow K'(p) = -d * \beta$
  - $\alpha - 2\beta p = -d\beta$ (**Grenzgewinn:** $\alpha - 2\beta p + d\beta$)

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

- **Amoroso-Robinson-Relation:**
  - $U(x) = p(x) * x$
  - $U'(x) = \frac{\Delta p}{\Delta x} * x + p$
  - $U' = p * \left(\frac{\Delta p}{\Delta x} * \frac{x}{p} + 1\right)$
  - $U' = p * \left(\frac{1}{\frac{\Delta x}{\Delta p} * \frac{p}{x}} + 1\right)$
  - $\underline{U' = p * \left(\frac{1}{\varepsilon} + 1\right)}$
  - $U' = p + \frac{p}{\varepsilon} * \varepsilon$
  - $U' * \varepsilon = p * \varepsilon + p$
  - $U' * \varepsilon = p * (\varepsilon + 1) \;/(\varepsilon + 1)$
  - $p = \frac{U' * \varepsilon}{\varepsilon + 1}$
  - **Gewinnmaximum:** $U' = K'$
  - $\underline{p^* = \frac{K' * \varepsilon}{\varepsilon + 1} = \frac{\Delta K}{\Delta x} * \frac{\varepsilon}{\varepsilon + 1}}$

UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456

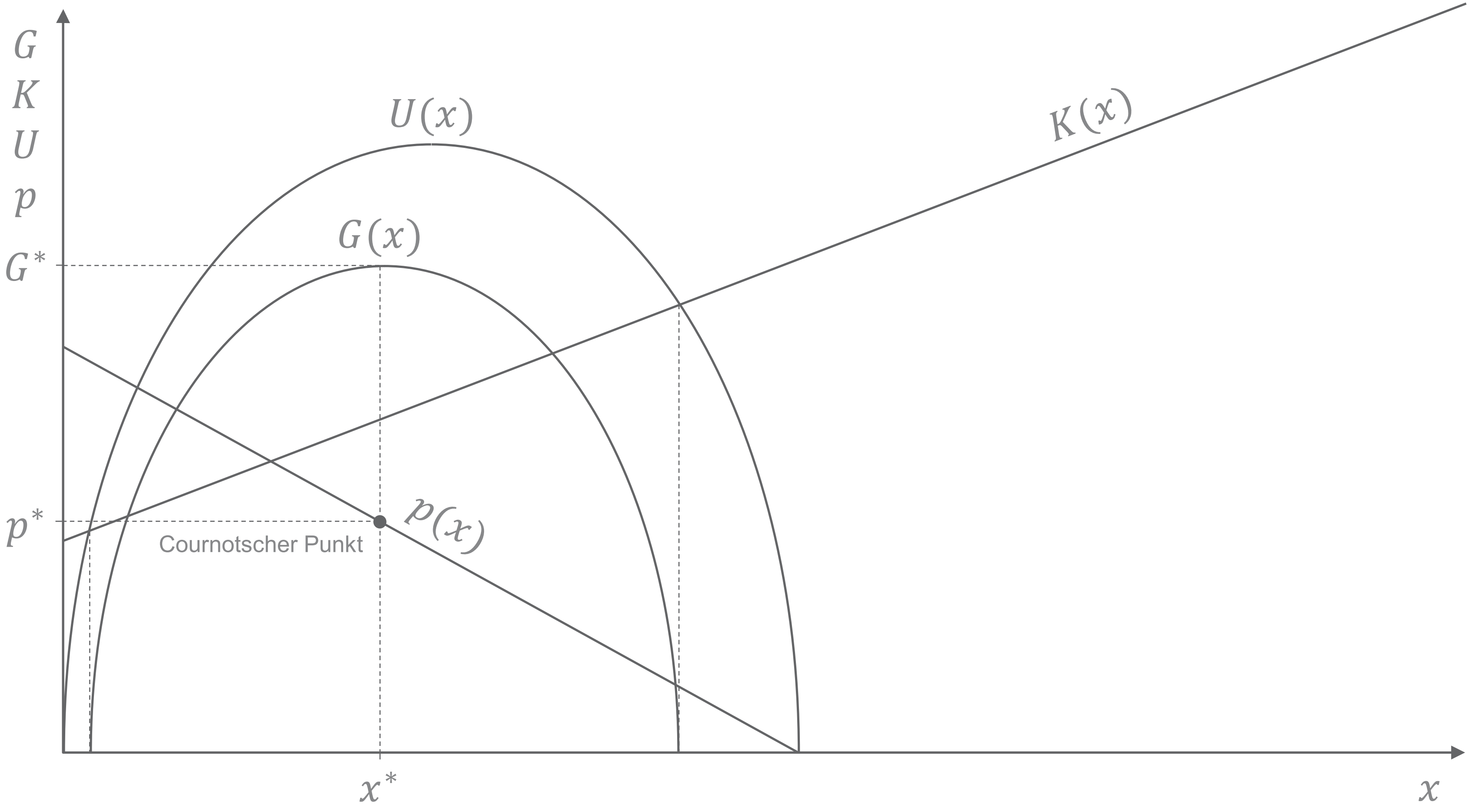
Entscheidungs-parameter	p	x
Erwartungsparameter	x	p
Beispiel	$x = \alpha - \beta * p$	$p = a - b * x$
optimale Absatzmenge	$x^* = (\alpha - \beta d)/2$	$x^* = (a - d)/2b$
optimaler Absatzpreis	$p^* = (\alpha + \beta d)/2\beta$	$p^* = (a + d)/2$
Gewinnmaximum	$U' = K'$	
	$\alpha - 2\beta p = -d\beta$	$a - 2bx = d$
Grenzgewinn	$\alpha - 2\beta p + d\beta$	$a - 2bx - d$
Amoroso-Robinson-Relation	$U' = p * \left(\frac{1}{\varepsilon} + 1\right) \rightarrow p^* = \frac{K' * \varepsilon}{1+\varepsilon} = \frac{\Delta K}{\Delta x} * \frac{\varepsilon}{\varepsilon+1}$	

Aufgabe 3: Wie hoch ist die Preiselastizität im Gewinnmaximum, wenn die Preis-Absatz-Funktion $x = 1.000.000 - 50 * p$ und die Kostenfunktion $K = 400.000 + 20 * x$ zugrunde liegen?

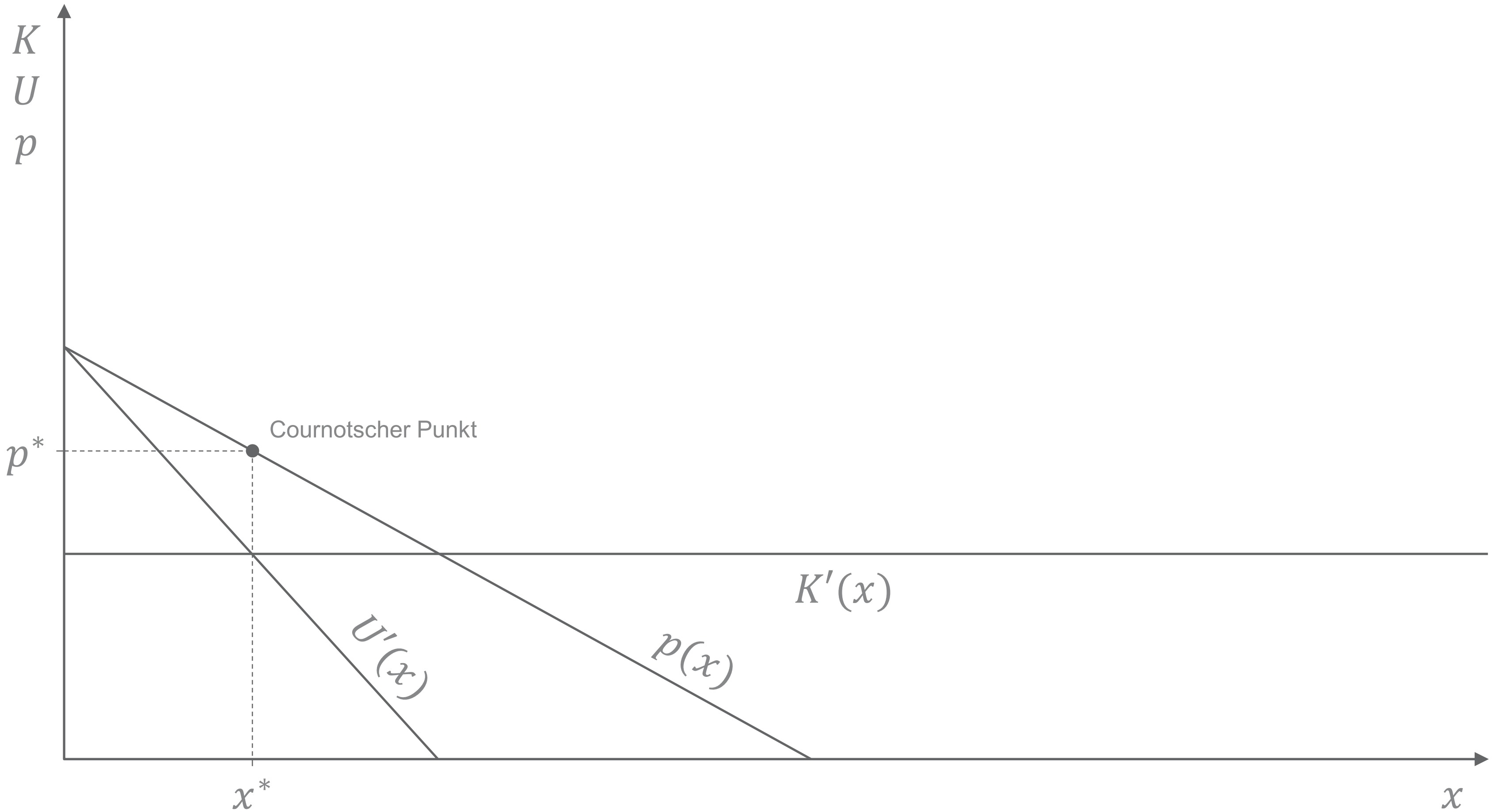
5. Gewinnfunktion › Aufgabe 4

Aufgabe 4: Ein Unternehmen steht vor der Frage, ob es ein neues Produkt einführen soll. Das Produkt soll zu einem Preis von 2 € verkauft werden. Es werden ein Prohibitivpreis von 100 € und eine Sättigungsmenge von 50 angenommen. Die Fixkosten betragen 30 € und die variablen Stückkosten 5 €. Lohnt sich die Produkteinführung, wenn der Betrachtungszeitraum ein Jahr beträgt?

5. Gewinnfunktion › 5.3 grafische Darstellung



UNIVERSITÄT GREIFSWALD
Wissen lockt. Seit 1456



5. Gewinnfunktion › Aufgabe 5

Aufgabe 5: Eine Händlerin verkauft an 5 Tagen in der Woche gefüllte Obstkörbe auf dem Markt. Das Obst kauft Sie für insgesamt 10 € pro Korb bei lokalen Landwirtinnen und Landwirten ein, die Körbe für jeweils 3 €. Zu einem Preis von 20 € verkauft die Händlerin 40 gefüllte Obstkörbe pro Tag. Die Standgebühr beträgt 250 € pro Woche. Aus Erfahrung weiß die Händlerin, dass sie ab einem Preis von 30 € keine Obstkörbe mehr verkauft. Um wie viel Prozent könnte die Händlerin ihren Gewinn maximal steigern? Um wie viele Euro müsste Sie dazu Ihren Verkaufspreis anpassen?

5. Gewinnfunktion › Aufgabe 6

Aufgabe 6: Zu einem Preis von 500 € werden 50 Produkte verkauft. Wenn der Absatzpreis um 1 % steigt, sinkt die Absatzmenge um 2 %. Die Preis-Absatz-Funktion ist vom Cobb-Douglas-Typ und die Kostenfunktion linear, mit Fixkosten von 15.000 € und Grenzkosten von 30 €. Sollte der Preis angepasst werden, wenn der Gewinn maximiert werden soll?